

DIMENSIONAMENTO E CALCULOS
DE
ENGRENAGENS CILINDRICAS DE DENTES
HELICOIDAIS

TRABALHO DE FORMATURA

LINEU JORGE FRAYHA
MAURICIO ASSUMPÇÃO TRIELLI

ORIENTADOR: PROF. MARCO STIPKOVIC FILHO

1980

166054

Aos meus avós e a meus pais.

APRESENTAÇÃO

A finalidade deste trabalho, que consta de dois volumes, elaborado por Lineu Jorge Frayha e Maurício Assumpção Trielli, formandos em Engenharia Mecânica da turma de 1.980 da EPUSP, é a de apresentar critérios utilizados na prática para dimensionamento de pares engrenados.

Apresentaremos seqüências de cálculo para o dimensionamento geométrico e à resistência de engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais, segundo os critérios Maag,AGMA e Dobrovolski.

SUMÁRIO

Este trabalho surgiu da necessidade de calcularmos as engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais de uma caixa de transferência.

Por falta de literatura clara que nos fornecesse uma seqüência de cálculo completa (nos livros tradicionalmente consultados), considerando todos os elementos necessários a uma boa confiabilidade no funcionamento dessas engrenagens, partimos para a elaboração deste trabalho, que apresenta roteiros que tentam atingir esse objetivo.

Os processos escolhidos por nós servem para mostrar o maior ou menor rigor que cada um dá a cada etapa do dimensionamento.

O trabalho se baseará na solução de um problema: uma caixa de transferência.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos o inestimável auxílio prestado pelo engenheiro Nelson Sanchez Moreno Jr. no fornecimento dos programas utilizados no traçado do perfil de evolvente e trocôide de fundo, bem como outras informações relativas ao dimensionamento, necessárias ao desenvolvimento do trabalho.

Agradecemos, ainda, ao Professor Walter Link e à SU, através da pessoa de seu diretor, Sr. Arlindo Casagrande, que nos permitiram a realização dos ensaios.

Ao Professor Marco Stipkovic Filho, os nossos agradecimentos pela sua orientação e amizade demonstrada durante o decorrer dos trabalhos.

Finalizando, agradecemos ao engenheiro George Rugitsky pelo auxílio prestado quando da elaboração dos cálculos pelo processo Agma.

ÍNDICE

	Pág.
Apresentação	I
Sumário	II
1. Definição do Problema	1
2. Dimensionamento	2
2.1 Determinação das condições de entrada na caixa.....	2
2.1.1 Cálculo das perdas nos acessórios do motor....	2
2.1.2 Correção das curvas na saída do girabrequin...	3
2.1.3 Cálculo das perdas na linha de transmissão....	5
2.1.4 Potência e torque na entrada da caixa de trans- ferência	5
2.2 Determinação dos esforços nas engrenagens da caixa de transferência (C.T.).....	6
2.2.1 Transmissão direta	9
2.2.2 Transmissão reduzida	15
2.3 Cálculo da carga cúbica média	21
2.3.1 Estimativa do tempo de utilização de cada mar- cha	21
2.3.2 Formulário e Cálculo	22
2.4 Dimensionamento do par escolhido	25
2.4.1 Cálculo geométrico	27
2.4.2 Cálculo de resistência	40
2.4.2.1 Cálculo do "Slip-torque"	40
2.4.2.2 Processo Maag	42
I.1 - determinação da tensão de fle- xão (método analítico).....	42

	Pág.
I.2 - Método gráfico para a deter- minação da tensão de flexão...	46
II - Cálculo da tensão de flexão pa- ra engrenagem de $m = 6,293$ e $\beta = 27^{\circ}41'39''$	48
II.1 Processo analítico	48
II.2 Processo gráfico	52
III- Cálculo da tensão superficial de Hertz (pitting).....	56
2.4.2.3 Processo Agma	61
I - Determinação da tensão de flexão	61
II- Cálculo da tensão de flexão para o par 23-30, com $m = 6,293$	75
III - Cálculo da durabilidade super- ficial (pitting)	95
2.4.3 Processo Dobrovolski	111
2.4.4 Cálculo geométrico de um par normalizado....	123
2.4.5 Cálculo de resistência do par normalizado...	128
I - Cálculo da tensão de flexão	128
II- Cálculo da tensão superficial de Hertz (pitting)	132
3. Ensaio de Medidas Geométricas	134
4. Apêndice	138

1. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Seja uma caixa de transferência que recebe um torque da saída da caixa de câmbio de um trator e fornece outro ao cardan, variando o torque transmitido às rodas conforme os pares nela engrenados.

A potência e o torque fornecidos pelo motor (Cummins NT-855-C) podem ser obtidos das curvas do motor (Fig. 1).

Nas curvas do motor são consideradas:

- bomba d'água;
- bomba de óleo lubrificante;
- filtro de ar;
- escapamento.

Os acessórios não computados nessa curva são:

- compressor de ar condicionado;
- bomba hidráulica;
- alternador;
- hélice do ventilador.

As condições de operação do motor são:

Altitude: 150 m

Pressão: 736 mm Hg

Temperatura do ar: 29°C

O problema consiste em se dimensionar as engrenagens do par crítico, obedecendo a uma fixação da geometria (distância - entre centros pré-estabelecida) bem como das relações de transmissão dos pares da caixa.

Trata-se, portanto, da apuração do cálculo de uma caixa - já existente.

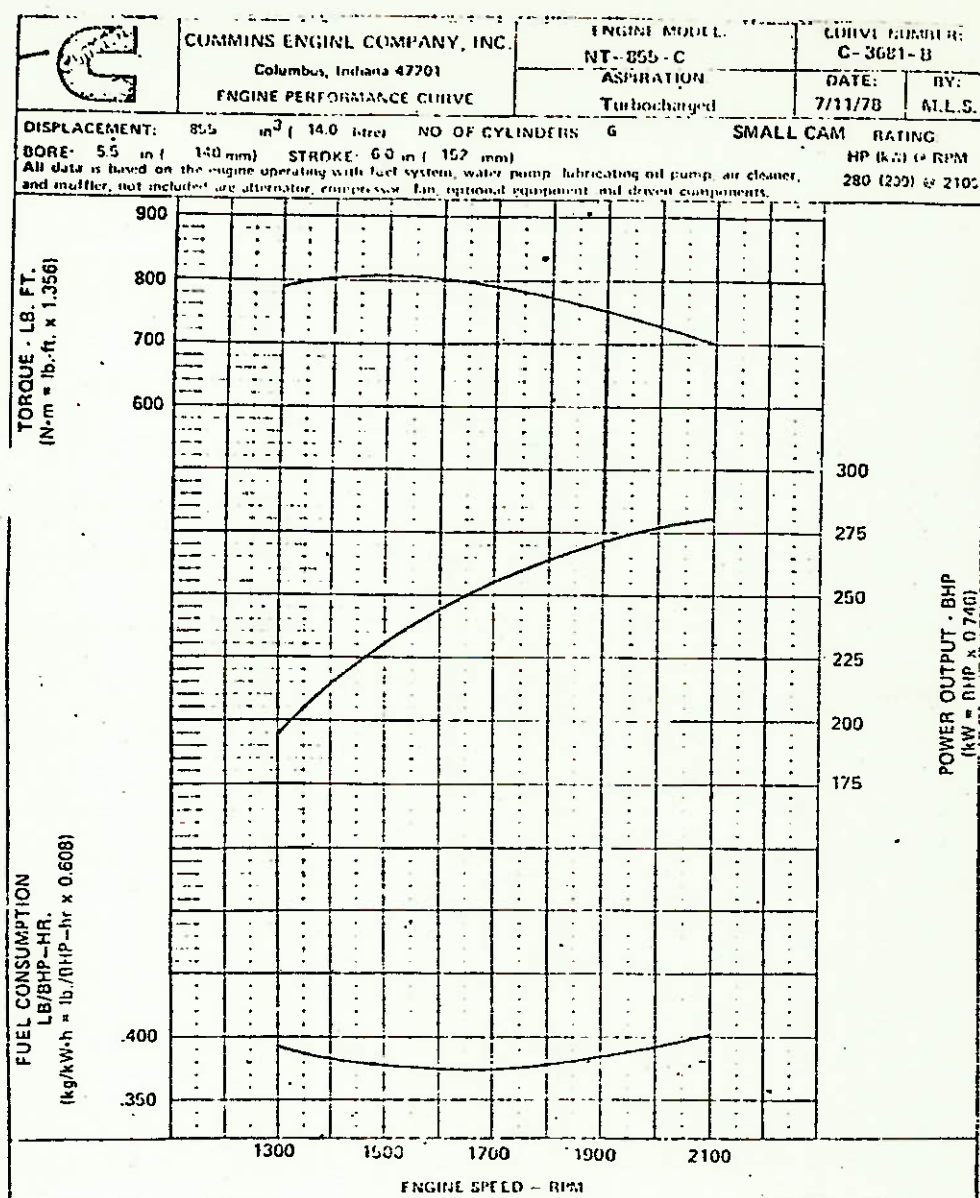


Figura 1 : Curvas de potência e torque do motor
Cummins NT - 855 C

2. DIMENSIONAMENTO

2.1 - DETERMINAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE ENTRADA NA CAIXA

2.1.1 - CÁLCULO DAS PERDAS NOS ACESSÓRIOS DO MOTOR

a. Hélice do Ventilador:

A perda de potência no hélice é proporcional ao cubo da rotação.

$$\therefore \Delta N_H = \left(\frac{n}{n_{\max}} \right)^3 \times 0,035 \times N$$

b. Bomba Hidráulica:

A perda de potência nesse acessório é proporcional à rotação.

$$\Delta N_D = \left(\frac{n}{n_{\max}} \right) \times 0,27 \times N$$

Obs.: esta potência somente será consumida quando o sistema hidráulico estiver acionado, ou seja, quando a direção e os implementos operam em condição normal de circulação de óleo consomem 4,4 HP.

c. Alternador

Sua perda de potência também é proporcional à rotação.

$$\Delta N_a = \left(\frac{n}{n_{\max}} \right) \times 0,01 \times N$$

d. Compressor de Ar Condicionado

Da mesma forma aqui a perda de potência é proporcional à rotação.

$$\Delta N_c = \left(\frac{n}{n_{\max}} \right) \times 0,015 \times N$$

Os coeficientes usados acima são recomendados pelo Manual da Barber Colman.

2.1.2 - CORREÇÃO DAS CURVAS NA SAÍDA DO VIRABREQUIM

Admite-se que o regime de trabalho do motor seja em potência máxima a rotação constante (2100 rpm).

A marcha do câmbio é selecionada a fim de garantir tal condição.

Deveremos, portanto, verificar a caixa em duas rotações: a de potência máxima (2100 rpm) e a de torque máximo (1500 rpm).

O quadro abaixo nos relaciona as perdas nos acessórios, nestas condições, em H.P.

QUADRO I

Acessório	1500 rpm 230 HP	2100 rpm 280 HP
Hélice do Ventilador	2,9	28
Bomba hidráulica	4,4	4,4

QUADRO I (Cont...)

Acessório	1500 rpm 230 HP	2100 rpm 280 HP
Alternador	1,6	2,8
Compressor de ar cond.	2,4	5,6
Somatória das perdas	11,3	40,8
Potência útil (efetiva)	219	239

O torque é calculado por

$$T = 716,2 \times \frac{N}{n} \quad (\text{kp.m})$$

N em C.V. e n em rpm

$$(1 \text{ HP}) \times 1,0139 = (1 \text{ C.V.})$$

Daí tiramos a potência e o torque na saída do virabre -
quim.

QUADRO II

n (rpm)	N (C.V.)	T (kp.m)
1500	222	106
2100	242	83

2.1.3 - CÁLCULO DAS PERDAS NA LINHA DE TRANSMISSÃO

a. Câmbio:

Admitindo-se dois pares engrenados e o rendimento do engrenamento igual a 0,98, temos:

$$\eta_c = (0,98)^2 = 0,96$$

b. Eixo Cardan:

$$\eta_e = 0,98$$

c. Embreagem:

Vamos admitir $\eta_e = 1,00$

∴ Rendimento total

$$\eta_T = 0,96 \times 0,98 \times 1,00 = 0,94$$

2.1.4 - POTÊNCIA E TORQUE NA ENTRADA DA CAIXA DE TRANSFERÊNCIA

Considerando o rendimento total da linha de transmissão, temos:

QUADRO III

n (rpm)	N. (C.V.)	T (kp.m)
1500	209	100
2100	228	78

2.2. DETERMINAÇÃO DOS ESFORÇOS NAS ENGRENAGENS DA CAIXA DE TRANSFERÊNCIA (C.T.)

A partir dos resultados obtidos no item 2.1.4. calculemos - as forças tangencial, radial e axial que agem em todas as engrenagens, em cada marcha, com o veículo em transmissão direta e em reduzida, nas condições de torque e potência máximas.

A caixa de câmbio do trator possui as seguintes relações de redução:

QUADRO IV

Marcha	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a
Redução	11,83:1	7,90:1	5,79:1	4,32:1	3,20:1	2,47:1
Marcha	7 ^a	8 ^a	9 ^a	1 ^a Ré	2 ^a Ré	
Redução	1,81:1	1,35:1	1,00:1	12,37:1	3,87:1	

O esquema mostrado abaixo é uma vista planificada da disposição das engrenagens da C.T. (figura 2)

Como já dispomos de antemão das engrenagens que compõe a C.T. temos para cada uma delas os seguintes valores dos diâmetros primitivos de funcionamento.

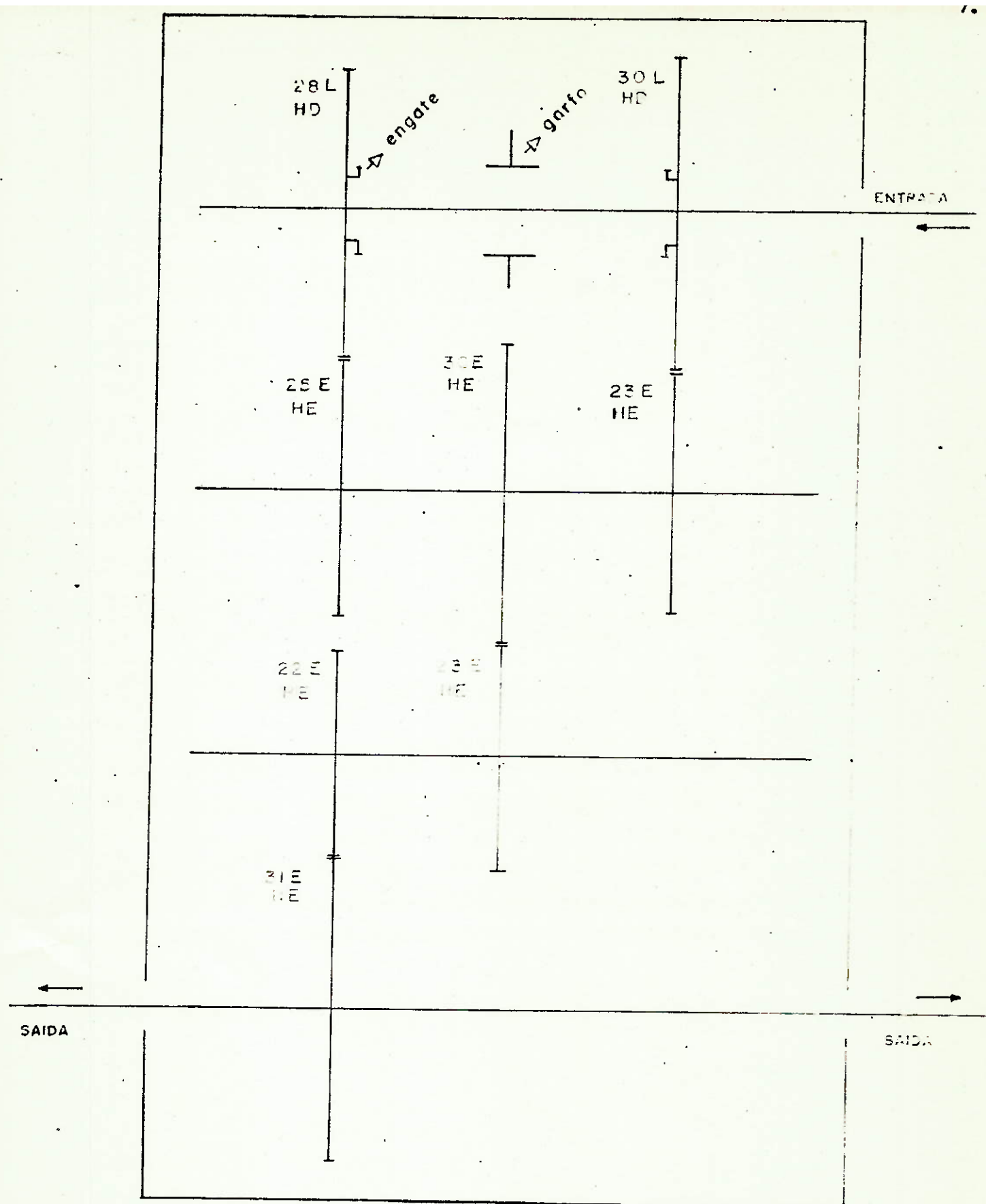


Figura 2: Vista planificada da disposição das engrenagens da C.T., onde E: engrenagem entalhada; L: lisa; HD: hélice direita e HE: hélice esquerda.

QUADRO V

Número de dentes (Z)	Diâmetro primitivo de funcionamento (mm)
22	156,3
23	163,8
25	177,7
28	199,0
30	212,9
31	220,4

Se não dispusessemos dessas engrenagens poderíamos estimar esses valores, escolhendo um módulo, uma vez que dispomos das relações de transmissão e das distâncias entre centros.

As expressões que nos permitem calcular as forças tangencial (F_T), radial (F_R) e axial (F_A) para o engrenamento cilíndrico de dentes helicoidais são respectivamente:

$$F_T = \frac{143,200 \cdot N \times \eta}{d \times n} \quad (\text{kp})$$

$$F_R = \frac{F_T \times \operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta} \quad (\text{kp})$$

$$F_A = F_T \times \operatorname{tg} \beta \quad (\text{kp})$$

onde:

N = potência fornecida ao eixo em C.V.

d = diâmetro primitivo de funcionamento em cm

n = rotação do eixo em rpm

α = ângulo de pressão do engrenamento

β = ângulo de hélice do engrenamento

η = rendimento dos pares anteriores

No caso

$$\alpha = 20^{\circ}$$

$$\beta = 27^{\circ}41'39''$$

2.2.1 - TRANSMISSÃO DIRETA

a. Eixo I:

$$Z = 30 \quad \therefore d = 21,29 \text{ cm}$$

$$n = \frac{\text{Rotação do Motor}}{\text{redução do câmbio}}$$

TABELA 1

Forças que agem na engrenagem $Z = 30$ do eixo I em cada marcha a 1500 rpm e 2100 rpm

Rotação Motor (rpm)	Marcha	FT (kgf)	FR (kgf)	FA (kgf)
1500 (209 C.V)	1 ^a	11.090,0	4.558,7	5.821,0
	2 ^a	7.405,8	3.044,2	3.887,2
	3 ^a	5.427,8	2.231,2	2.849,0

TABELA 1 (Cont...)

Rotação Motor (rpm)	Marcha	FT (kgf)	FR (kgf)	FA (kgf)
1500 (209 C.V)	4 ^a	4.049,7	1.664,7	2.125,6
	5 ^a	3.000,0	1.233,2	1.574,7
	6 ^a	2.315,5	951,8	1.215,4
	7 ^a	1.696,8	697,5	890,6
	8 ^a	1.265,5	520,2	664,3
	9 ^a	937,5	385,4	492,1
	1 ^a ré	11.596,2	4.766,8	6.086,7
	2 ^a ré	3.627,9	1.491,3	1.904,2
2100 (228 C.V)	1 ^a	8.641,5	3.552,2	4.535,8
	2 ^a	5.770,7	2.372,2	3.029,0
	3 ^a	4.229,5	1.738,6	2.220,0
	4 ^a	3.155,6	1.297,2	1.656,3
	5 ^a	2.337,5	960,9	1.226,9
	6 ^a	1.804,3	741,7	947,0
	7 ^a	1.322,2	543,5	694,0
	8 ^a	986,2	405,4	517,7

TABELA 1 (Cont....)

Rotação Motor (rpm)	Marcha	FT (kgf)	FR (kgf)	FA (kgf)
2100 (228 C.V)	9 ^a	730,5	300,3	383,4
	1 ^a ré	9.036,0	3.714,4	4.742,8
	2 ^a ré	2.827,0	1.162,1	1.483,8

b. Eixo II:

Para $Z = 23$ os esforços são idênticos aos da engrenagem de $Z = 30$ do Eixo I (ver tabela 1).

Para $Z = 30$, desse eixo, temos:

$$d = 21,20 \text{ cm}$$

$$n = (0,98)$$

$$n = \frac{\text{rotação do motor}}{\text{redução do câmbio}} \times i$$

$$\text{onde } i = \frac{30}{23} = 1,30$$

TABELA 2

Forças que agem na engrenagem de $Z = 30$ do Eixo II em cada marcha a 1500 rpm e 2100 rpm.

TABELA 2

Rotação Motor (rpm)	Marcha	FT (kgf)	FR (kgf)	FA (kgf)
1500 (209 C.V)	1 ^a	8.192,9	3.367,8	4.300,3
	2 ^a	5.471,2	2.249,0	2.871,7
	3 ^a	4.009,9	1.648,3	2.104,7
	4 ^a	2.991,8	1.229,8	1.570,3
	5 ^a	2.216,2	911,0	1.163,3
	6 ^a	1.710,6	703,2	897,9
	7 ^a	1.253,5	515,3	658,0
	8 ^a	935,0	384,4	490,8
	9 ^a	692,6	284,7	363,5
	1 ^a ré	8.566,9	3.521,5	4.496,6
	2 ^a ré	2.680,2	1.101,8	1.406,8
2100 (228 C.V)	1 ^a	6.384,1	2.624,3	3.350,9
	2 ^a	4.263,2	1.752,4	2.237,7
	3 ^a	3.124,6	1.284,4	1.640,1
	4 ^a	2.331,3	958,3	1.223,7
	5 ^a	1.726,9	709,9	906,4
	6 ^a	1.333,0	547,9	699,7
	7 ^a	976,8	401,5	512,7

TABELA 2 (Cont...)

Rotação Motor (rpm)	Marcha	FT (kgf)	FR (kgf)	FA (kgf)
2100 (228 C.V)	8 ^a	728,5	299,5	487,4
	9 ^a	539,7	221,9	383,3
	1 ^a ré	6.675,5	2.744,1	3.503,9
	2 ^a ré	2.088,5	858,5	1.096,2

c. Eixo III

Para a engrenagens de $Z = 23$ do eixo III temos os mesmos esforços da engrenagem de $Z = 30$ do eixo II. (Ver tabela 2).

Para a engrenagem de $Z = 22$ temos:

$$d = 15,63 \text{ cm}$$

$$\eta = (0,98)^2$$

$$i = \frac{30}{23} \times \frac{30}{23} = 1,70$$

$$n = \frac{\text{rotação do motor}}{\text{redução do câmbio}} \times i$$

TABELA 3

Forças que agem na engrenagem de $Z = 22$ do eixo III em cada marcha a 1500 rpm e 2100 rpm.

TABELA 3

Rotação Motor (rpm)	Marcha	FT (kgf)	FR (kgf)	FA (kgf)
1500 (209 C.V)	1 ^a	8.363,2	3.437,8	4.389,7
	2 ^a	5.584,9	2.295,7	2.931,4
	3 ^a	4.093,3	1.682,6	2.148,5
	4 ^a	3.054,0	1.255,4	1.603,0
	5 ^a	2.262,3	930,0	1.187,5
	6 ^a	1.746,2	717,8	916,6
	7 ^a	1.279,6	526,0	671,7
	8 ^a	954,4	392,3	501,0
	9 ^a	707,0	290,6	371,1
	1 ^a ré	8.745,0	3.594,7	4.590,1
	2 ^a ré	2.735,9	1.124,6	1.436,0
2100 (228 C.V)	1 ^a	6.516,8	2.678,8	3.420,5
	2 ^a	4.351,9	1.788,9	2.284,2
	3 ^a	3.189,6	1.311,1	1.674,2
	4 ^a	2.379,8	978,3	1.249,1
	5 ^a	1.762,8	724,6	925,3
	6 ^a	1.360,7	559,3	714,2
	7 ^a	997,1	409,9	523,4

TABELA 3 (Cont...)

Rotação Motor (rpm)	Marcha	FT (kgf)	FR (kgf)	FA (kgf)
2100 (228 C.V)	8 ^a	743,7	305,7	390,4
	9 ^a	550,9	226,5	289,2
	1 ^a ré	6.814,3	2.801,1	3.576,7
	2 ^a ré	2.131,9	876,4	1.119,0

d. Eixo IV

A engrenagem de $Z = 31$ (eixo IV) sofre os mesmos esforços da engrenagem de $Z = 22$ do eixo III. (Ver tabela 3)

2.2.2 - TRANSMISSÃO REDUZIDA

a. Eixo I:

$$Z = 28$$

$$d = 19,90 \text{ cm}$$

$$n = \frac{\text{rotação do motor}}{\text{redução do câmbio}}$$

TABELA 4

Forças que agem na engrenagem de $Z = 28$ do eixo I em cada marcha a 1500 rpm e 2100 rpm.

TABELA 4

Rotação Motor (rpm)	Marcha	FT (kgf)	FR (kgf)	FA (kgf)
1500 (209 C.V)	1 ^a	11.864,5	4.877,0	6.227,5
	2 ^a	7.923,1	3.256,9	4.158,7
	3 ^a	5.806,9	2.387,0	3.048,0
	4 ^a	4.332,6	1.781,0	2.274,1
	5 ^a	3.209,3	1.319,2	1.684,5
	6 ^a	2.477,2	1.018,3	1.300,2
	7 ^a	1.815,3	746,2	952,8
	8 ^a	1.353,9	556,6	710,7
	9 ^a	1.003,0	412,3	526,4
	1 ^a ré	12.406,1	5.099,7	6.511,8
	2 ^a ré	3.881,3	1.595,5	2.037,2
2100 (228 C.V)	1 ^a	9.245,1	3.800,3	4.852,6
	2 ^a	6.173,8	2.537,8	3.240,5
	3 ^a	4.524,9	1.860,0	2.375,0
	4 ^a	3.376,1	1.387,8	1.772,0
	5 ^a	2.500,8	1.028,0	1.312,6
	6 ^a	1.930,3	793,5	1.013,2
	7 ^a	1.414,5	581,5	742,5

TABELA 4 (Cont...)

Rotação Motor (rpm)	Marcha	FT (kgf)	FR (kgf)	FA (kgf)
2100 (228 C.V)	8 ^a	1.055,0	433,7	553,8
	9 ^a	781,5	321,2	410,2
	1 ^a ré	9.667,1	3.973,8	5.074,1
	2 ^a ré	3.024,4	1.243,2	1.587,5

b. Eixo II:

Para $Z = 25$ os esforços são os mesmos aos da engrenagem de $Z = 28$ do eixo I. (Ver tabela 4).

Para $Z = 30$, desse eixo, temos:

$$d = 21,29 \text{ cm}$$

$$\eta = 0,98$$

$$n = \frac{\text{rotação do motor}}{\text{redução do câmbio}} \times i$$

$$\text{onde } i = \frac{28}{25} = 1,12$$

TABELA 5

Forças que agem na engrenagem de $Z = 30$ do eixo II em cada marcha a 1500 rpm e 2100 rpm.

TABELA 5

Rotação Motor	Marcha	FT (kgf)	FR (kgf)	FA (kgf)
1500 (209 C.V)	1 ^a	9.509,6	3.909,0	4.991,4
	2 ^a	6.350,5	2.610,4	3.333,2
	3 ^a	4.654,3	1.913,2	2.443,0
	4 ^a	3.472,7	1.427,5	1.822,7
	5 ^a	2.572,3	1.057,4	1.350,2
	6 ^a	1.985,5	816,2	1.042,2
	7 ^a	1.455,0	598,1	763,7
	8 ^a	1.085,2	446,1	569,6
	9 ^a	803,9	330,4	422,0
	1 ^a ré	9.943,7	4.087,5	5.219,3
	2 ^a ré	3.110,9	1.278,8	1.632,9
2100 (228 C.V)	1 ^a	7.410,1	3.046,0	3.889,4
	2 ^a	4.948,4	2.034,1	2.597,3
	3 ^a	3.626,7	1.490,8	1.903,6
	4 ^a	2.706,0	1.112,3	1.420,3
	5 ^a	2.004,4	824,0	1.052,1
	6 ^a	1.547,2	636,0	812,1
	7 ^a	1.133,8	466,0	595,1

TABELA 5 (Cont...)

Rotação Motor	Marcha	FT (kgf)	FR (kgf)	FA (kgf)
2100 (228 C.V)	8 ^a	845,6	347,6	443,9
	9 ^a	626,4	257,5	328,8
	1 ^a ré	7.748,3	3.185,0	4.067,0
	2 ^a ré	2.424,1	996,5	1.272,4

c. Eixo III:

Para a engrenagem de $Z = 23$ do eixo III temos os mesmos esforços da engrenagem de $Z = 30$ do eixo II. (Ver tabela 5).

Para a engrenagem de $Z = 22$ temos:

$$d = 15,63 \text{ cm}$$

$$\eta = (0,98)^2$$

$$n = \frac{\text{rotação do motor}}{\text{redução do câmbio}} \times i$$

$$\text{onde: } i = \frac{28}{25} \times \frac{30}{23} = 1,46$$

TABELA 6

Forças que agem na engrenagem de $Z = 22$ do eixo III em cada marcha a 1500 rpm e 2100 rpm.

TABELA 6

Rotação Motor	Marcha	FT (kgf)	FR (kgf)	FA (kgf)
1500 (209 C.V)	1 ^a	9.738,0	4.003,0	5.111,3
	2 ^a	6.503,0	2.673,1	3.413,3
	3 ^a	4.766,1	1.959,2	2.501,7
	4 ^a	3.556,1	1.461,8	1.866,5
	5 ^a	2.634,1	1.082,8	1.382,6
	6 ^a	2.033,2	835,8	1.067,2
	7 ^a	1.490,0	612,5	782,0
	8 ^a	1.111,3	456,8	583,3
	9 ^a	823,2	338,4	432,1
	1 ^a ré	10.182,5	4.185,7	5.344,6
	2 ^a ré	3.185,6	1.309,5	1.672,1
2100 (228 C.V)	1 ^a	7.588,1	3.119,2	3.982,8
	2 ^a	5.067,3	2.083,0	2.659,7
	3 ^a	3.713,9	1.526,6	1.949,3
	4 ^a	2.771,0	1.139,0	1.454,4
	5 ^a	2.052,6	843,7	1.077,4
	6 ^a	1.584,3	651,3	831,6
	7 ^a	1.161,0	477,2	609,4

TABELA 6 (Cont...)

Rotação Motor	Marcha	FT (kgf)	FR (kgf)	FA (kgf)
2100 (228 C.V)	8 ^a	865,9	356,0	454,5
	9 ^a	641,4	263,7	336,7
	1 ^a ré	7.934,4	3.261,5	4.164,6
	2 ^a ré	2.482,3	1.020,4	1.302,9

d. Eixo IV:

A engrenagem de $Z = 31$ (eixo IV) sofre os mesmos esforços da engrenagem de $Z = 22$ do eixo III. (Ver tabela 6).

2.3 CÁLCULO DAS CARGAS CÚBICAS MÉDIAS

2.3.1 - ESTIMATIVA DO TEMPO DE UTILIZAÇÃO DE CADA MARCHA:

Podemos estimar, para o trator, as seguintes porcentagens de utilização conforme tabela.

TABELA 7

Porcentagem de utilização das marchas

Marcha Trans.	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a	8 ^a	9 ^a	1 ^a ré	2 ^a ré
Direta	0	0	5	10	15	10	5	2,25	2,25	0	0,5
Reduzida	0	0	5	10	15	10	5	2,25	2,25	0	0,5

São desprezadas as utilização das 1^{as} e 2^{as} marchas direta e reduzida, assim como a 1^a Ré direta e reduzida, conside - rando que nunca são utilizadas na potência máxima ou em torque - máximo.

2.3.2 - FORMULÁRIO E CÁLCULO DA CARGA CÚBICA MÉDIA

A carga cúbica média (Fm) em cada engrenagem será calcu - lada pelas fórmulas:

$$a. \quad F_{m_t} = \sqrt[3]{\frac{F_{T_1}^3 \times n_1 + F_{T_2}^3 \times n_2 + \dots}{\Sigma n_i}}$$

onde:

- F_{m_t} = carga cúbica média tangencial
- F_{T_i} = força tangencial na i - gésima marcha;
- n_i = número de rotação na i - gésima marcha

$$b. \quad F_{m_A} = \sqrt[3]{\frac{F_{A_1}^3 \times n_1 + F_{A_2}^3 \times n_2 + \dots}{\Sigma n_i}}$$

onde:

- F_{m_A} = carga cúbica média axial
- F_{A_i} = força axial na i - gésima marcha

Para calcularmos a carga cúbica média em cada engrenagem, tanto para o veículo em direta como em reduzida, faremos os seguintes programas:

a. Carga Cúbica Média Tangencial

$$F_{m_t} = \left[\left(FT_3^3 \times 5 + FT_4^3 \times 10 + FT_5^3 \times 15 + \right. \right. \\ \left. \left. + FT_6^3 \times 10 + FT_7^3 \times 5 + FT_8^3 \times 2,25 + \right. \right. \\ \left. \left. + FT_9^3 \times 2,25 + FT_{2r\acute{e}}^3 \times 0,5 \right) / 50 \right]^{1/3}$$

b. Carga Cúbica Média Axial

$$F_{m_a} = \left[\left(FA_3^3 \times 5 + FA_4^3 \times 10 + FA_5^3 \times 15 + FA_6^3 \times \right. \right. \\ \left. \left. \times 10 + FA_7^3 \times 5 + FA_8^3 \times 2,25 + FA_9^3 \times 2,25 + \right. \right. \\ \left. \left. + FA_{2r\acute{e}}^3 \times 0,5 \right) / 50 \right]^{1/3}$$

Do programa, obtemos a tabela 8, que nos mostra todos os resultados obtidos.

TABELA 8

Eixo	DIRETA			REDUZIDA		
	Z	F_{m_t} (kp)	F_{m_A} (kp)	Z	F_{m_t} (kp)	F_{m_A} (kp)
I	30	1500	2100	28	1500	2100
		3446,2	2685,8		3687,6	1935,5
II	23	3446,2	2685,8	25	3687,6	1935,5
		2546,4	1984,2		2953,5	1551,4
III	23	2546,4	1984,2	23	2953,5	1551,4
		2599,3	2025,5		3024,4	1588,6
IV	31	2599,3	2025,5	31	3024,4	1588,6

Forças cúbicas médias F_{m_t} e F_{m_A} para cada engrenagem em
direta e em reduzida.

Da tabela 8 vimos que o par mais solicitado (par crítico) é o par 28 - 25 entre o eixo I e II para 1500 rpm (reduzi da).

Se dimensionarmos o par crítico à resistência e baseado nele fabricarmos as demais engrenagens (usando mesma largura e material) garantiremos que essas últimas resistirão aos esforços a que estão solicitadas.

Em virtude de no trabalho constar o ensaio de engrenagens e não dispormos do par crítico, faremos nossos cálculos escolhendo o segundo par mais crítico que difere de apenas 6,5% daquele, pois dele dispomos (par 23 - 30 entre o eixo I e II do veículo em direta, para 1500 rpm).

2.4 DIMENSIONAMENTO DO PAR ESCOLHIDO

Conforme dito anteriormente o faremos por três processos.

O par que dispomos foi ajustado dimensionalmente para se ter uma correção do tipo V0 em função de problemas de resistência. Uma correção positiva no pinhão melhoraria suas condições de resistência e uma correção negativa na coroa, a enfraqueceria. Uma vez que o pinhão é mais solicitado que a coroa, esse fato contribuiria para que ambos tivessem aproximadamente a mesma vida.

TABELA 9

Características básicas do par escolhido

Características	Valor
Número de dentes do pinhão	$Z_1 = 23$
Número de dentes da coroa	$Z_2 = 30$

TABELA 9 (Cont....)

Características	Valor
Distância entre centros de funcionamento	$a' = 188,34 \text{ mm}$
Perfil da cremalheira	Standard
Ângulo de pressão	$\alpha = 20^\circ$
Coefficiente de folga	$c^* = 0,25$
Coefficiente de ponta da cremalheira	$p_o^* = 0,30$
Ângulo de hélice	$\beta = 27^\circ 41' 39''$
Módulo da ferramenta	$m = 6,293$
Coefficiente de correção	$x_1 = -x_2 = 0,181$

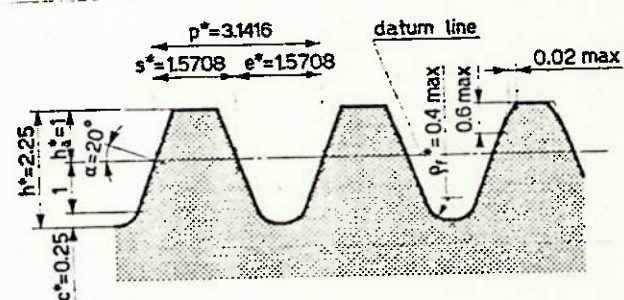


Figura 3

Ferramenta de base de módulo unitário segundo ISO R53

Obs.: O valor do ângulo de hélice será posteriormente justificado

2.4.1 CÁLCULO GEOMÉTRICO

O Cálculo geométrico abaixo, baseia-se no roteiro recomendado pela Maag.

a. Tabela 10: Valores de referência (de usinagem)

Características	Fórmula	Valor
Relação de multiplicação	$i = \frac{Z_2}{Z_1}$	$i = \frac{30}{23} = 1,304$
Diâmetros de referência	$d_1 = \frac{Z_1 \cdot m}{\cos \beta}$	$d_1 = 163,465 \text{ mm}$
	$d_2 = \frac{Z_2 \cdot m}{\cos \beta}$	$d_2 = 213,215 \text{ mm}$
Distância entre centros	$a = \frac{d_1 + d_2}{2}$	$a = 188,34 \text{ mm}$
Ângulo de hélice de base	$\sin \beta_b = \sin \beta \cos \alpha$	$\beta_b = 25^{\circ} 53' 42''$
Diâmetros de base	$d_{b1} = Z_1 \cdot m \frac{\cos \alpha}{\cos \beta_b}$	$d_{b1} = 151,190 \text{ mm}$
	$d_{b2} = Z_2 \cdot m \frac{\cos \alpha}{\cos \beta_b}$	$d_{b2} = 197,205 \text{ mm}$
Passo de base normal	$p_{bn} = \pi \cdot m \cdot \cos \alpha$	$p_{bn} = 18,578 \text{ mm}$
Passo de base transversal	$p_{bt} = \pi \cdot m \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \beta_b}$	$p_{bt} = 20,651 \text{ mm}$
Ângulo de pressão de referência na secção transversal	$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha}{\cos \beta}$	$\alpha_t = 22^{\circ} 20' 44''$

b. Tabela 11: Valores de trabalho

Características	Fórmula	Valor
Módulo transversal de trabalho	$m_{t'} = \frac{2a'}{Z_1 + Z_2}$	$m_{t'} = 7,107 \text{ mm}$
Diâmetros primitivos	$d_{1'} = Z_1 m_{t'}$	$d_{1'} = 163,465 \text{ mm}$
	$d_{2'} = Z_2 m_{t'}$	$d_{2'} = 213,215 \text{ mm}$
Ângulo transversal de pressão	$\cos \alpha_{t'} = \frac{db_1 + db_2}{2a'}$	$\alpha_{t'} = 22^\circ 20' 44''$
Ângulo de hélice	$\text{tg} \beta' = \text{tg} \beta \cdot \frac{a'}{a}$	$\beta' = 27^\circ 41' 39''$
Módulo normal	$m_{n'} = m_{t'} \cos \beta'$	$m_{n'} = 6,293$

c. No cálculo das dimensões principais do engrenamento - com correção obtemos:

- Diâmetros de raiz:

$$ds_1 = d_1 - 2(1-x_1 + c^*). m \quad \therefore \quad ds_1 = 150,011 \text{ mm}$$

$$ds_2 = d_2 - 2(1-x_2 + c^*). m \quad \therefore \quad ds_2 = 195,204 \text{ mm}$$

- Diâmetros de cabeça:

$$da_1 = 2a' - ds_2 - 2c^*. m \quad \therefore \quad da_1 = 178,330 \text{ mm}$$

$$da_2 = 2a' - ds_1 - 2c^*. m \quad \therefore \quad da_2 = 223,532 \text{ mm}$$

d. Tabela 12 : Verificação das condições de deslizamento

Características	Fórmula	Valor
Ângulo de pressão de cabeça	$\cos \alpha a_1 = \frac{db_1}{da_1}$	$\alpha a_1 = 32^{\circ}01'32''$
	$\cos \alpha a_2 = \frac{db_2}{da_1}$	$\alpha a_2 = 28^{\circ}05'02''$
Parâmetro μ	$\mu_1 = \frac{i+1}{i} \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \alpha t'}{\operatorname{tg} \alpha a_1} \right)$	$\mu_1 = 0,606$
	$\mu_2 = (i+1) \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \alpha t'}{\operatorname{tg} \alpha a_1} \right)$	$\mu_2 = 0,529$
Coeficientes específicos de deslizamento	$\gamma_1 = \frac{\mu_1}{1-\mu_1}$	$\gamma_1 = 1,538$
	$\gamma_2 = \frac{\mu_2}{1-\mu_2}$	$\gamma_2 = 1,123$

Segundo o processo Maag, podemos verificar se são boas as condições de deslizamento através da utilização da figura 4.

A fig.4 nos fornece diagramas para verificação da engrenagem relativo as condições de contacto do dente.

O ponto de coordenadas μ_1 e μ_2 deverá estar na região superior da área hachurada no caso de engrenagem de redução - de velocidade, e na região inferior para engrenagem de ampliação de velocidade.

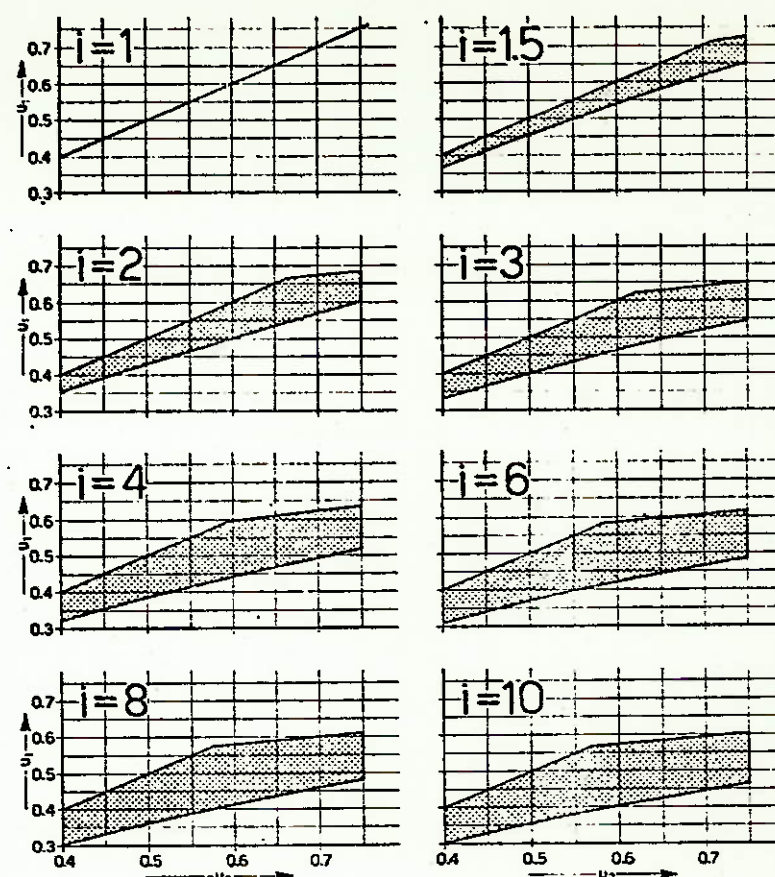


Figura 4 : Diagramas para verificação da engrenagem relativo as condições de contacto do dente.

O nosso caso é de aumento de velocidade. Para $i = 1,304$, por interpolação, obtivemos a Figura 5.

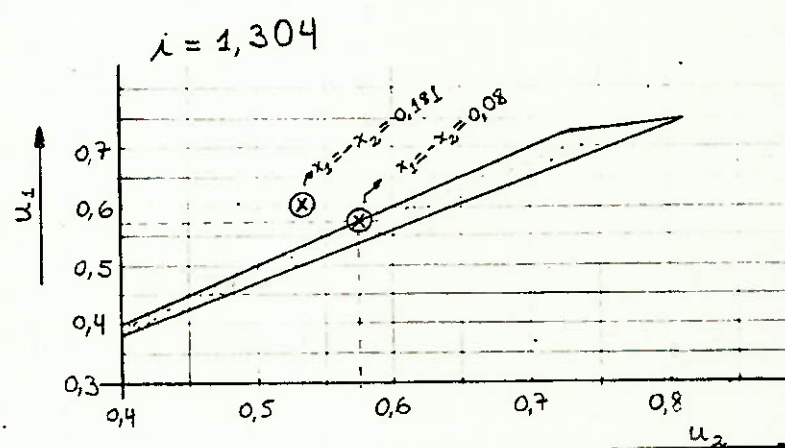


Figura 5

Constatamos que, a engrenagem calculada com $x_1 = -x_2 = 0,181$ está fora das condições de deslizamento especificadas pela Maag.

Procederemos, então, um recálculo das correções utilizando do critério recomendado pela Maag, como ilustração.

e. Critério para o Cálculo das Correções

- soma dos coeficientes de correção:

$$x_1 + x_2 = \frac{Z_1 + Z_2}{2} \times \frac{\text{inv}\alpha_f' - \text{inv}\alpha}{\text{tg } \alpha}$$

Como se trata de correção V.O.

$$x_1 + x_2 = 0$$

- subdivisão da soma de $x_1 + x_2$ em x_1 e x_2 :

Seleciona-se x_1 e x_2 de acordo com a figura 6, escolhendo-se um k_f para a coroa ligeiramente maior que o escolhido para o pinhão, onde k_f é dado por

$$k_f = \frac{\text{espessura da engrenagem na raiz do dente}}{\text{espessura da raiz da cremalheira}}$$

Com $Z = 23$ e $Z = 30$, para a determinação de correções si métricas, o k_f que nos serviu é igual a 0,81.

$$\text{Portanto } x_1 = -x_2 = 0,08$$

$$\text{Se } x_1 = -x_2 = 0,08$$

teríamos:

$$ds_1 = 148,739 \text{ mm}$$

$$ds_2 = 196,476 \text{ mm}$$

$$da_1 = 177,058 \text{ mm}$$

$$da_2 = 224,796 \text{ mm}$$

TABELA 13

Verificação das condições de deslizamentos para a nova correção

TABELA 13

Características	Valor
Ângulo de pressão de cabeça	$\alpha a_1 = 31^{\circ}21'41''$
	$\alpha a_2 = 28^{\circ}41'09''$
Parâmetros μ	$\mu_1 = 0,575$
	$\mu_2 = 0,573$
Coeficientes específicos de deslizamento	$\gamma_1 = 1,353$
	$\gamma_2 = 1,342$

Na figura 5 vemos que o ponto de coordenadas μ_1 e μ_2 está na faixa especificada pela Maag; entretanto não verifica a

condição de ampliação, uma vez que está situado na região superior do gráfico.

Essa única alteração já nos fornece melhores condições de deslizamento do par engrenado (γ_1 próxima de γ_2)

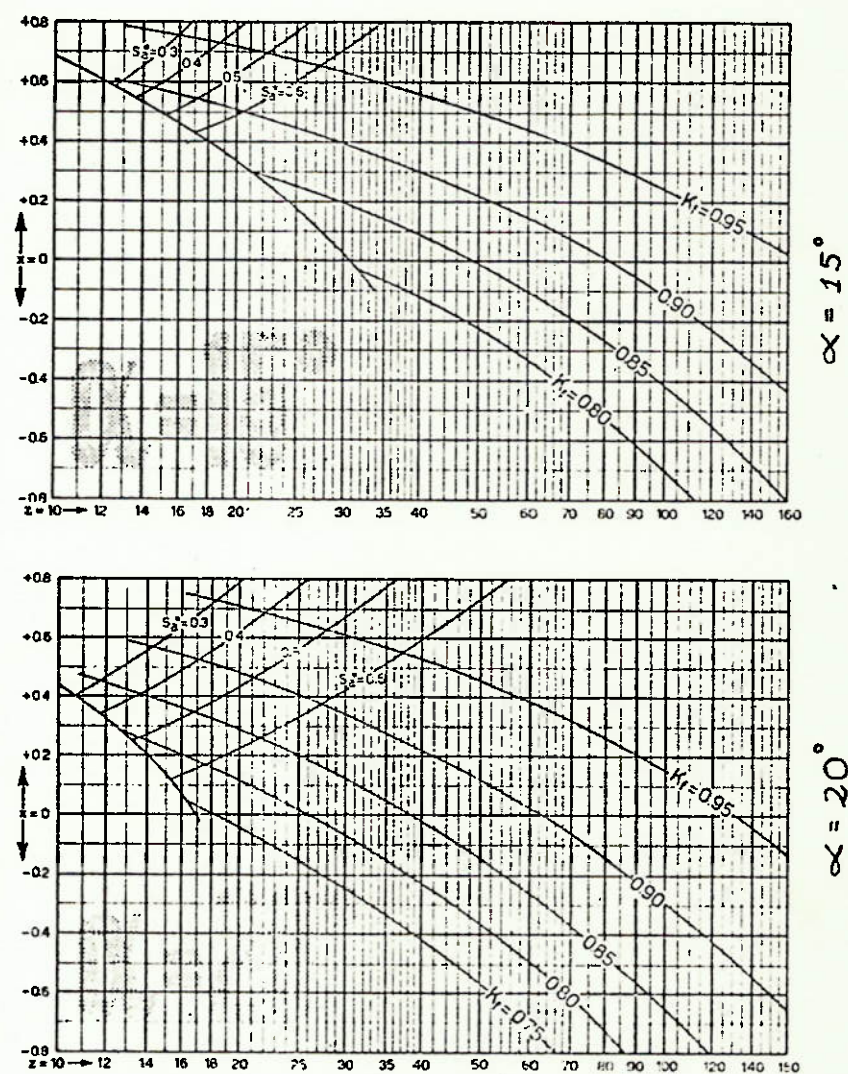


Figura 6 : Valor de K_f em função de x , Z e α

f. Outros Valores Geométricos da Engrenagem original

- Grau de recobrimento transversal

TABELA 14

	Fórmula	Valor
$Z_1 = 23$	$\epsilon\alpha_1 = \frac{Z_1}{2\pi} (\operatorname{tg}\alpha_{a1} - \operatorname{tg}\alpha'))$	0,785
$Z_2 = 30$	$\epsilon\alpha_2 = \frac{Z_2}{2\pi} (\operatorname{tg}\alpha_{a2} - \operatorname{tg}\alpha'')$	0,585
Total	$\epsilon\alpha = \epsilon\alpha_1 + \epsilon\alpha_2$	1,370

- Medida W

O número de dentes k necessários para a medida pode ser determinada a partir dos diagramas da figura 7 em função de Z , α , β e x .

Para $Z_1 = 23$, $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 27^\circ 41' 39''$ e $x_1 = 0,181$, obtemos $k_1 = 4$ e para $Z_2 = 30$, $\alpha = 20^\circ$, $\beta = 27^\circ 41' 39''$ e $x_2 = -0,181$ - obtemos $k_2 = 5$.

Da tabela 15 para $k_1 = 4$ e $k_2 = 5$ tiramos respectivamente $K_4 = 10,33246$ e $K_5 = 13,28459$.

Da tabela 16, para $\beta = 27^\circ 41' 39''$ tiramos $K_\beta = 0,019786$.

A medida W é calculada então da seguinte forma:

$$W_k = (K_k + K_\beta Z + 2x \operatorname{sen} \alpha) \cdot m$$

Daí

para o pinhão temos:

$$W_4 = 68,665 \text{ mm}$$

e para a coroa

$$W_5 = 86,556 \text{ mm}$$

- Tolerâncias limites na medida W (Δj_n)

Para $m = 6,293$ e $a' = 188,340$, do nomograma da figura 8
 j_n de 0,19 a 0,27 para o par, portanto:

Pinhão: $\Delta j_n = \frac{j_n}{2}$

$$W_4 = 68,665 \quad \begin{array}{l} - 0,095 \\ - 0,135 \end{array}$$

Coroa: $\Delta j_n = \frac{j_n}{2}$

$$W_5 = 86,556 \quad \begin{array}{l} - 0,095 \\ - 0,135 \end{array}$$

A engrenagem escolhida por nós não apresentava esses
valores recomendados pela Maag e sim j_n de 0,30 a 0,41

$$\therefore W_4 = 68,665 \quad \begin{array}{l} - 0,150 \\ - 0,205 \end{array} \quad \text{para o pinhão e}$$

$$W_5 = 86,556 \quad \begin{array}{l} - 0,150 \\ - 0,205 \end{array} \quad \text{para a coroa}$$

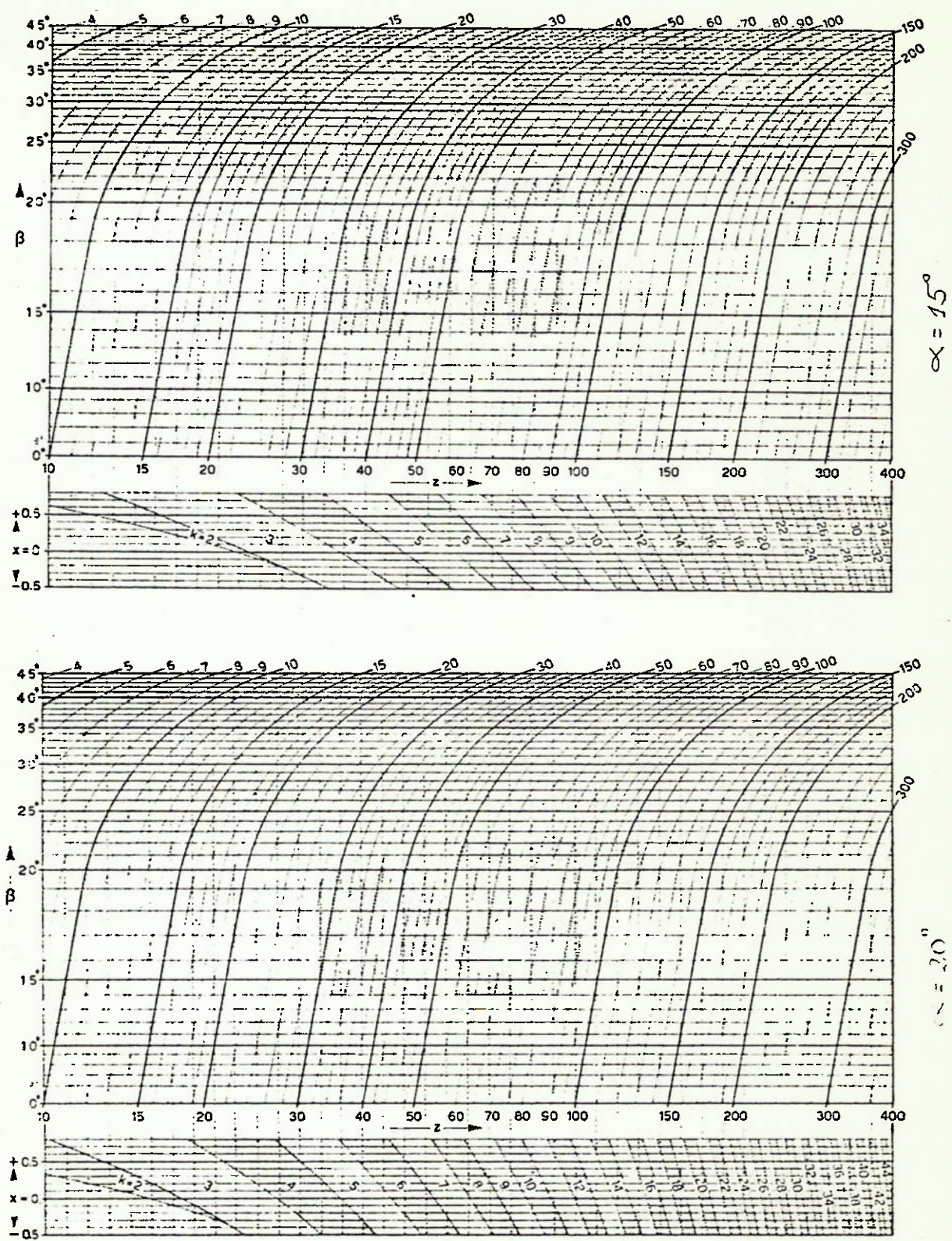


Figura 7 - Número de dentes k para a determinação da medida W (W_k) em função de β , Z e x para $\alpha = 15^\circ$ e $\alpha = 20^\circ$

k	Factors K_k for		k	Factors K_k for	
	$\alpha = 15^\circ$	$\alpha = 20^\circ$		$\alpha = 15^\circ$	$\alpha = 20^\circ$
1	1.51 727	1.47 607	25	74.34 636	72.32 722
2	4.55 182	4.42 820	26	77.38 091	75.27 935
3	7.58 636	7.38 033	27	80.41 546	78.23 148
4	10.62 091	10.33 246	28	83.45 000	81.18 362
5	13.65 546	13.28 459	29	86.48 455	84.13 575
6	16.69 000	16.23 672	30	89.51 909	87.08 788
7	19.72 455	19.18 886	31	92.55 364	90.04 001
8	22.75 909	22.14 099	32	95.58 818	92.99 214
9	25.79 364	25.09 312	33	98.62 273	95.94 427
10	28.82 818	28.04 525	34	101.65 727	98.89 640
11	31.86 273	30.99 738	35	104.69 182	101.84 854
12	34.89 727	33.94 951	36	107.72 636	104.80 067
13	37.93 182	36.90 164	37	110.76 091	107.75 280
14	40.96 636	39.85 378	38	113.79 546	110.70 493
15	44.00 091	42.80 591	39	116.83 000	113.65 706
16	47.03 546	45.75 804	40	119.86 455	116.60 919
17	50.07 000	48.71 017	41	122.89 909	119.56 132
18	53.10 455	51.66 230	42	125.93 364	122.51 346
19	56.13 909	54.61 443	43	128.96 818	125.46 559
20	59.17 364	57.56 656	44	132.00 273	128.41 772
21	62.20 818	60.51 870	45	135.03 728	131.36 985
22	65.24 273	63.47 083	46	138.07 182	134.32 198
23	68.27 727	66.42 296	47	141.10 637	137.27 411
24	71.31 182	69.37 509	48	144.14 091	140.22 624
25	74.34 636	72.32 722	49	147.17 546	143.17 838
			50	150.21 000	146.13 051

TABELA 15 - Fatores K_k para a determinação de medida W_k para engrenagens helicoidais, medida entre k dentes

β	Factors K_p for		β_b for		Factors K_b for	
	$\alpha = 15^\circ$	$\alpha = 20^\circ$	$\alpha = 15^\circ$	$\alpha = 20^\circ$	$\alpha = 15^\circ$	$\alpha = 20^\circ$
27°40'	0.008 456	0.019 772	26°38'53"	25°52'11"	1.080 720	1.044 347
41	008 460	019 780	39 50	53 06	080 871	6 044 484
42	008 464	019 789	40 47	54 02	081 022	044 620
43	008 468	019 797	41 44	54 57	081 173	044 757
44	008 471	019 806	42 42	55 53	081 325	044 893
45	008 475	019 815	43 39	56 48	081 476	045 030
46	008 479	019 821	44 37	57 44	081 628	045 167
47	008 483	019 832	45 34	58 39	081 780	045 304
48	008 486	019 840	46 32	59 35	081 932	045 441
49	008 490	019 849	47 29	26 00 30	082 084	045 578
27°50'	0.008 494	0.019 857	26°48'26"	26°01'25"	1.082 236	1.045 715
51	008 498	019 866	49 24	02 21	082 388	045 853
52	008 501	019 875	50 20	03 16	082 541	045 990
53	008 505	019 883	51 19	04 12	082 693	046 128
54	008 509	019 892	52 16	05 07	082 846	046 266
55	008 513	019 901	53 14	06 03	082 999	046 403
56	008 517	019 909	54 11	06 58	083 152	046 541
57	008 520	019 918	55 08	07 54	083 305	046 679
58	008 524	019 927	56 06	08 49	083 458	046 817
59	008 528	019 935	57 03	09 45	083 611	046 956
28°00'	0.008 532	0.019 944	26°58'01"	26°10'40"	1.083 764	1.047 094
01	008 536	019 953	58 58	11 36	083 918	047 233
02	008 540	019 961	59 55	12 30	084 072	047 371
03	008 543	019 970	27 00 53	13 27	084 225	047 510
04	008 547	019 979	01 50	14 22	084 379	047 649
05	008 551	019 988	02 47	15 17	084 533	047 788
06	008 555	019 996	03 45	16 13	084 688	047 927
07	008 559	020 005	04 42	17 09	084 842	048 066
08	008 563	020 014	05 39	18 03	084 996	048 205
09	008 566	020 023	06 37	18 59	085 151	048 344
28°10'	0.008 570	0.020 032	27°07'35"	26°19'55"	1.085 306	1.048 484
11	008 574	020 040	08 32	20 50	085 460	048 623
12	008 578	020 049	09 30	21 46	085 615	048 763
13	008 582	020 058	10 27	22 41	085 770	048 903
14	008 586	020 067	11 24	23 37	085 926	049 043
15	008 590	020 076	12 22	24 32	086 081	049 183
16	008 594	020 085	13 18	25 27	086 236	049 323
17	008 598	020 093	14 17	26 23	086 392	049 463
18	008 601	020 102	15 14	27 19	086 548	049 604
19	008 605	020 111	16 11	28 14	086 703	049 744
28°20'	0.008 609	0.020 120	27°17'09"	26°29'09"	1.086 859	1.049 885

TABELA 16 - Determinação do fator K_p para determinação da medida W_k em função de β

The limits of tolerance for the base tangent length W are governed by the nominal backlash values j_n . Generally, half of each backlash value is subtracted from the base tangent length. The working or running backlash values j_n' are the limits of permissible backlash for the gears at the actual working centre distance.

diametral pitch P	backlash j_n (in mils)	centre distance a (in)	module m (mm)	backlash j_n (in mm)	centre distance a (mm)
15	200 - 256	80	22	0.008 - 0.010	2200
2	192 - 248	70	20	0.007 - 0.009	2000
2.5	184 - 240	60	18	0.006 - 0.008	1800
3	176 - 232	50	16	0.005 - 0.007	1600
4	168 - 224	45	14	0.004 - 0.006	1400
5	160 - 216	40	12	0.003 - 0.005	1200
6	152 - 208	35	10	0.002 - 0.004	1000
7	144 - 192	30	9	0.002 - 0.003	900
8	136 - 184	25	8	0.001 - 0.002	800
9	128 - 176	20	7	0.001 - 0.001	700
10	120 - 168	18	6	0.001 - 0.001	600
12	112 - 160	16	5	0.001 - 0.001	500
14	104 - 152	14	4	0.001 - 0.001	400
16	96 - 144	12	3.5	0.001 - 0.001	350
18	88 - 136	10	3	0.001 - 0.001	300
20	80 - 128	8	2.5	0.001 - 0.001	250
24	72 - 104	6	2	0.001 - 0.001	200
	64 - 96	5	1.6	0.001 - 0.001	180
	56 - 88	4	1.4	0.001 - 0.001	160
	48 - 80	3	1.2	0.001 - 0.001	140
	40 - 64	2	1	0.001 - 0.001	120
				0.10 - 0.16	100

Figura 8 - Valores recomendados de folga nominal e de trabalho j_n e j_n' para engrenagens industriais

2.4.2 - CÁLCULO DE RESISTÊNCIA

2.4.2.1 - Cálculo de Slip-torque

Slip-torque é o máximo torque que pode ser fornecido às rodas para que não haja escorregamento das rodas em relação ao solo, ou seja, para que as rodas não "patinem".

Considerando o máximo coeficiente de atrito entre o pneu e o solo $\mu_{\text{máx.}} = 1,0$ e sendo:

Peso do trator: $N = 13.500 \text{ kgf}$

Raio estático do pneu: $\gamma = 764 \text{ mm}$

temos que o máximo torque que pode ser fornecido às rodas é:

$$T_{\text{máx.}} = F \times \gamma$$

$$\text{onde } F = \mu_{\text{máx.}} \cdot N$$

$$\therefore T_{\text{máx.}} = 1,0 \times 13.500 \times 0,764 = 10.314 \text{ Kp} \times \text{m}$$

Sendo a relação de redução planetária diferencial i igual à 27,5:1, temos qual o máximo torque que se pode ter na saída da caixa de transferência.

$$T_{\text{máx. s.c.}} = \frac{10.314}{27,5} = 375,05 \text{ kp} \times \text{m}$$

Sendo a relação de redução total da caixa de transferência para o veículo em direta igual à 0,828:1, temos qual o máximo torque que pode ser fornecido na entrada da caixa para não ocorrer slip-torque:

$$T_{\text{máx. e.c.}} = \frac{375,05}{0,828} = 453,0 \text{ kp x m}$$

$$\therefore T_{\text{máx. e.c.}} = 453,0 \text{ kp x m}$$

Como mostrado no quadro III, o máximo torque fornecido pelo motor é de 100 kp x m.

Portanto, a máxima redução possível do câmbio para que o veículo opere em regime de torque máximo, sem que ocorra slip-torque, é:

$$N_{\text{máx.}} = \frac{453,0}{100} = 4,53$$

Vemos, portanto, do quadro IV, que o veículo só tem condições de operar em torque máximo a partir da 4^a marcha.

Do mesmo quadro acima citado, temos que, em regime de potência máxima, o torque fornecido é 78 kp x m.

Portanto, a máxima redução possível do câmbio para que o veículo opere em regime de potência máxima, sem que ocorra slip-torque, é:

$$N_{\text{máx.}} = \frac{453,0}{78} = 5,81$$

Vemos, portanto, do quadro, que o veículo tem condições de operar em regime de potência máxima a partir da 3^a marcha.

Faremos os cálculos de resistência pelos processos Maag e Agma.

2.4.2.2 - Processo MAAG:

I.1 - Determinação da Tensão de Flexão (processo analítico)

A tensão de flexão do dente (σ_f) é dada por: _

$$\sigma_f = \sigma_{bf} \cdot Y_f \cdot Y_e \cdot K_s \cdot K_A \cdot K_v \cdot K_M$$

$$\text{onde } \sigma_{bf} = \frac{W^{*'}}{m'_n \cdot \cos \alpha'_t}$$

sendo $W^{*'}$ a força tangencial aplicada no diâmetro primitivo da engrenagem, dividida pela largura de face.

m'_n e α'_t como determinados no cálculo geométrico.

Y_f é um fator de forma do dente que leva em conta a forma geométrica do dente da engrenagem e sua resistência à flexão quando uma carga é aplicada na sua extremidade.

O fator Y_f pode ser tirado da figura 9 (abaixo) para ângulos de pressão normal $\alpha = 15^\circ$ e $\alpha = 20^\circ$, quando o perfil da ferramenta de corte apresenta adendo $h_a = m$, dedendo $h_f = 1,25m$ e um raio de filete $\rho_f = 0,3 m$. Para engrenagens helicoidais (como é o nosso caso), devemos entrar nestes gráficos com o número virtual de dentes Z_v .

O número virtual de dentes é dado por: $Z_v = Z \cdot K_v$

onde: K_v é dado pela tabela 17.

Y_e é o fator da razão de contacto transversal.

$$Y_e = \frac{1}{\epsilon \alpha}$$

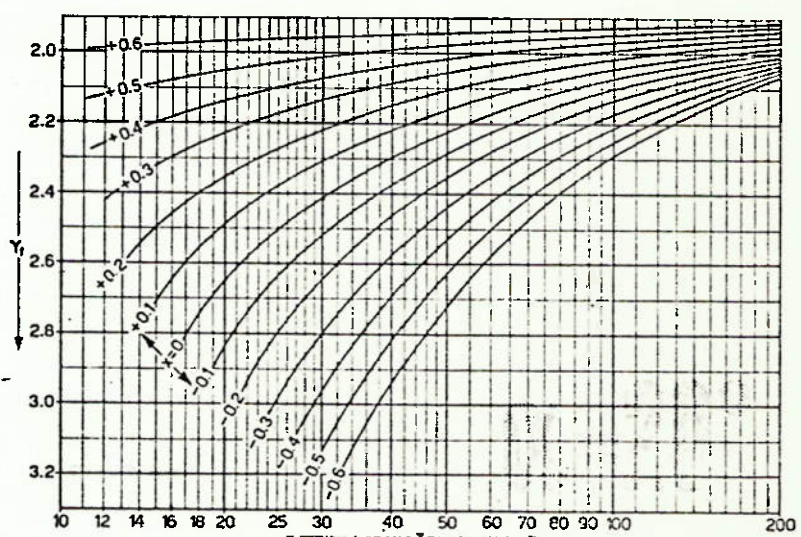
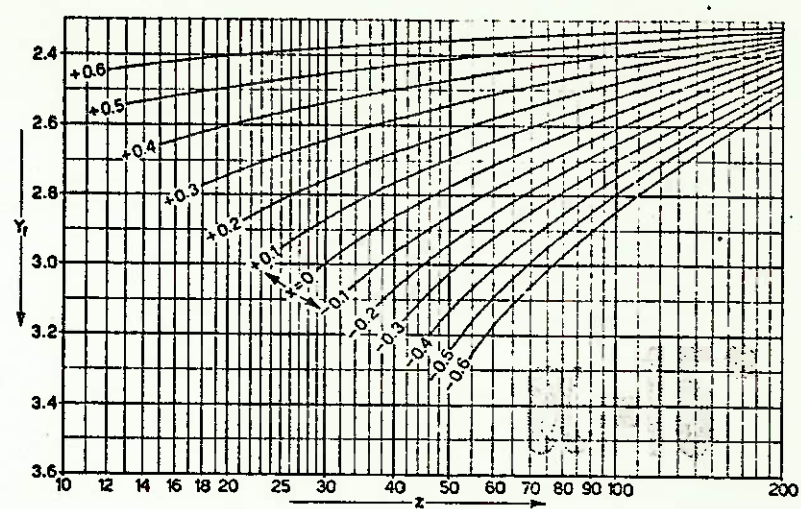


Figura 9 - Fator de forma Y_f em função de Z e x , para $\alpha = 15^\circ$ e $\alpha = 20^\circ$

Factors K_p for		Factors K_p for		Factors K_p for		Factors K_p for	
β	$\alpha = 15^\circ$	β	$\alpha = 15^\circ$	β	$\alpha = 15^\circ$	β	$\alpha = 15^\circ$
16 00'	1.122 087	1.119 247	20 00'	1.198 704	1.193 837	24 00'	1.301 151
06	1.123 729	1.120 847	06	1.200 927	1.195 998	06	1.304 098
12	1.125 385	1.122 461	12	1.203 166	1.198 175	12	1.307 064
18	1.127 053	1.124 086	18	1.205 421	1.200 368	18	1.310 051
24	1.128 734	1.125 725	24	1.207 691	1.202 576	24	1.313 057
30	1.130 430	1.127 377	30	1.209 979	1.204 800	30	1.316 087
36	1.132 138	1.129 043	36	1.212 283	1.207 039	36	1.319 136
42	1.133 860	1.130 720	42	1.214 605	1.209 295	42	1.322 206
48	1.135 596	1.132 411	48	1.216 942	1.211 567	48	1.325 297
54	1.137 344	1.134 116	54	1.219 297	1.213 855	54	1.328 411
17 00'	1.139 109	1.135 833	21 00'	1.221 667	1.216 159	25 00'	1.331 544
06	1.140 884	1.137 564	06	1.224 056	1.218 479	06	1.334 700
12	1.142 675	1.139 308	12	1.226 461	1.220 816	12	1.337 878
18	1.144 479	1.141 065	18	1.228 884	1.223 169	18	1.341 078
24	1.146 297	1.142 837	24	1.231 323	1.225 539	24	1.344 299
30	1.148 130	1.144 621	30	1.233 780	1.227 926	30	1.347 543
36	1.149 976	1.146 419	36	1.236 255	1.230 329	36	1.350 808
42	1.151 836	1.148 231	42	1.238 746	1.232 749	42	1.354 098
48	1.153 711	1.150 057	48	1.241 257	1.235 187	48	1.357 408
54	1.155 600	1.151 896	54	1.243 784	1.237 640	54	1.360 742
18 00'	1.157 503	1.153 749	22 00'	1.246 328	1.240 111	26 00'	1.364 098
06	1.159 421	1.155 616	06	1.248 893	1.242 600	06	1.367 479
12	1.161 353	1.157 497	12	1.251 473	1.245 106	12	1.370 880
18	1.163 300	1.159 393	18	1.254 073	1.247 629	18	1.374 308
24	1.165 262	1.161 302	24	1.256 691	1.250 170	24	1.377 757
30	1.167 238	1.163 226	30	1.259 327	1.252 728	30	1.381 232
36	1.169 230	1.165 164	36	1.261 981	1.255 305	36	1.384 728
42	1.171 235	1.167 116	42	1.264 654	1.257 899	42	1.388 250
48	1.173 256	1.169 083	48	1.267 347	1.260 511	48	1.391 795
54	1.175 292	1.171 064	54	1.270 058	1.263 141	54	1.395 366
19 00'	1.177 344	1.173 060	23 00'	1.272 786	1.265 789	27 00'	1.398 959
06	1.179 409	1.175 070	06	1.275 536	1.268 455	06	1.402 579
12	1.181 490	1.177 096	12	1.278 303	1.271 140	12	1.406 221
18	1.183 588	1.179 195	18	1.281 090	1.273 844	18	1.409 890
24	1.185 700	1.181 190	24	1.283 897	1.276 566	24	1.413 584
30	1.187 827	1.183 260	30	1.286 723	1.279 306	30	1.417 305
36	1.189 972	1.185 345	36	1.289 569	1.282 066	36	1.421 048
42	1.192 131	1.187 486	42	1.292 436	1.284 844	42	1.424 819
48	1.194 306	1.189 560	48	1.295 320	1.287 642	48	1.428 616
54	1.196 496	1.191 691	54	1.298 226	1.290 459	54	1.432 438
20 00'	1.198 704	1.193 837	24 00'	1.301 151	1.293 294	28 00'	1.436 286

TABELA 17 - Fator K_v para a determinação do número natural de dentes Z_v para engrenagens helicoidais

sendo $\epsilon\alpha$ o grau de recobrimento transversal, como mostra do no cálculo geométrico.

Dai, temos que:

$$\sigma_f = \frac{W^{*'}_t}{M'_n \cdot \epsilon\alpha \cdot \cos\alpha'_t} \times Y_f \times K_S \times K_A \times K_V \times K_M \quad (\text{kg/mm}^2)$$

sendo: K_S = fator de concentração de tensão

K_A = fator de flutuação de carga

K_V = fator de velocidade

K_M = fator de distribuição de carga

A Maag recomenda:

$K_S = 1$ para raiz com um raio de filete mínimo por volta de $0,3 \times m$.

$K_V = 1$ para os dentes do pinhão e da coroa precisamente retificado.

1,1 para o dente do pinhão retificado e o da coroa cortado.

1,2 para os dentes do pinhão e coroa cortados.

$K_M = 1$ para dentes com a necessária correção longitudinal (avanço).

K_A = os fatores K_A podem ser tirados da tabela 18.

Driving machine	Driven machine:		
	a) practically shock-free. e.g. generator, turbo-compressor, turbo-blower, stirrer, mixer	b) moderate shocks, e.g. reciprocating pumps	c) heavy shocks
Electric motor, turbine	1.0	1.25	1.75
Multi-cylinder engines	1.25	1.5	2.0

TABELA 18 - Valores do fator de aplicação K_A

I.2 - Método Gráfico para a Determinação da tensão de Flexão

A Maag apresenta ainda um procedimento alternativo para a determinação da tensão de flexão, onde não se usa o fator de forma Y_f como dado pela figura 9. É um processo gráfico, como mostrado na figura abaixo, onde os valores são tomados de uma desenho em escala da secção normal do dente. Este procedimento é essencial quando a cremalheira de base apresenta uma configuração especial, diferente da descrita anteriormente.

A tensão de flexão pode ser calculada pela fórmula da resistência dos materiais supondo o dente da engrenagem como uma viga em balanço carregada, usando as dimensões em escala para a determinação dos valores S_x (secção crítica) e l_x (ver figura).

Daí, vem

$$\sigma_f = 6 \cdot \frac{W^*}{\varepsilon \alpha \cdot \cos \alpha_t} \cdot \frac{l_x}{S_x^2} \cdot K$$

onde: $K = K_A \cdot K_S \cdot K_V \cdot K_M$

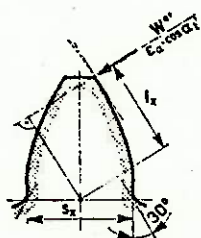


Figura 10: Determinação gráfica da tensão de flexão, usando desenho em escala da seção normal do dente; l_x = altura da viga em balanço; S_x = largura da seção crítica.

Segundo a Maag, a seção crítica é aquela na qual uma reta que forma um ângulo de 30° com a linha de centro do dente, tangencia o pé do mesmo.

Determinaremos σ_f pelos dois processos com a finalidade de comparação dos resultados obtidos. Denominaremos o primeiro processo de analítico e o segundo processo de gráfico.

O valor de σ_f pode ser tomado do gráfico 1, fazendo a escolha adequada do material.

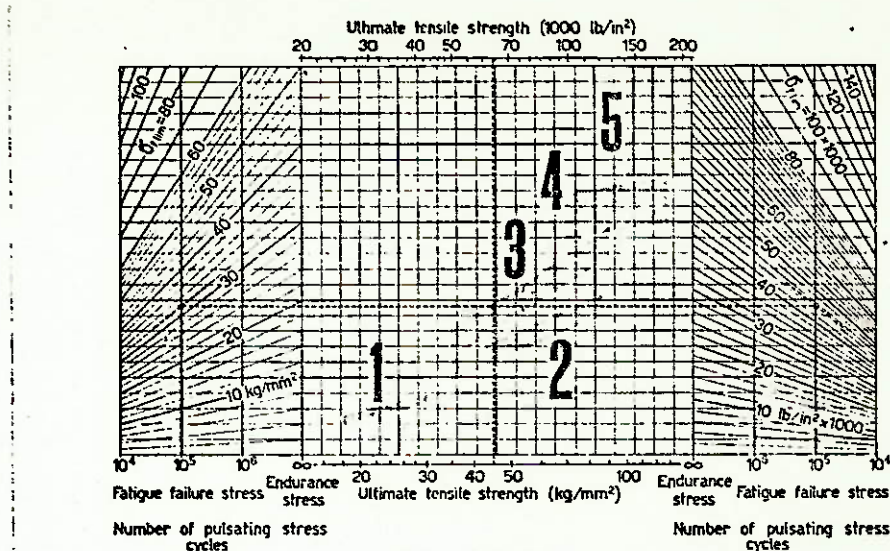


GRÁFICO 1 - Valores máximos da tensão de flexão a partir de uma faixa de tensão e do número de ciclos requeridos

II. Cálculo da Tensão de Flexão para as Engrenagens de
 $m = 6,293$, $\beta = 27^\circ 41' 39''$ e $\alpha = 20^\circ$, $x_1 = -x_2 = 0,181$

II.1 - Processo Analítico

a. Para o Pinhão : ($Z_1 = 23$)

sendo $\beta = 27^\circ 41' 39''$ e $\alpha = 20^\circ$, da tabela 17, tiramos $K_V = 1,412$

$$\text{daí } Z_{V1} = 23 \times 1,412 = 32,476$$

como, no nosso caso, $h_a = m$, $h_f = 1,25 m$ e $\rho_f = 0,3 m$, podemos usar a figura 9 com $\alpha = 20^\circ$, entrando com $Z_V = 32,476$ e $x_1 = 0,181$ para tirarmos Y_f .

$$\text{daí } Y_f = 2,22$$

dos cálculos geométricos, temos:

$$m_n' = 6,293$$

$$\epsilon\alpha = 1,370$$

$$\alpha_t' = 22^{\circ}20'44''$$

$$\text{sendo } W^{*'} = \frac{FT}{b}$$

onde: FT = força tangencial no diâmetro primitivo
b = largura da engrenagem.

Para esta engrenagem, temos:

$$K_S = 1 ; K_V = 1,2 ; K_M = 1 \text{ e } K_A = 1,25$$

Dai, temos:

$$\sigma_f = \frac{FT}{b \times 6,293 \times 1,370 \times \cos 22^{\circ}20'44''} \times 2,22 \times 1 \times 1,25 \times 1,2 \times 1$$

$$\therefore \sigma_f = \frac{3,330 FT}{7,974 b} \rightarrow \sigma_f = 0,4176 \times \frac{FT}{b}$$

Do gráfico 1, da Maag, podemos estimar o σ_{flim} :

Sendo o material da nossa engrenagem uma liga de aço temperada, este se inclui na região 5 do gráfico.

Para que a nossa engrenagem tenha vida infinita, ou seja, maior que 10^7 ciclos, $\sigma_{flim} = 42 \text{ kg/mm}^2$.

Podemos agora determinar a largura da engrenagem, para que ela tenha uma vida infinita, na condição mais solicitada.

Do cálculo do slip-torque, vemos que, em condição de torque máximo (1500 rpm), o veículo só consegue operar a partir da 4ª marcha; da tabela 1, tiramos $FT = 4.050 \text{ kg}$. Em condição de potência máxima (2100 rpm), o veículo consegue operar a partir da 3ª marcha; da tabela 1, temos $FT = 4.230 \text{ kg}$.

$$\therefore FT_{\text{máx.}} = 4.230 \text{ kgf} \quad (\text{para o veículo em direta})$$

sendo $\sigma_f \leq \sigma_{f\text{lim}}$, vem:

$$0,4176 \frac{FT_{\text{máx.}}}{b} \leq 42$$

$$\therefore b \geq \frac{0,4176 \times 4.230}{42} = 42,1 \text{ mm}$$

$$\therefore b > 42,1 \text{ mm}$$

Para a carga cúbica média, com nossa engrenagem tendo v_i da infinita, temos:

$$FT_{\text{c.m.}} = 3.446 \text{ kgf}$$

$$\text{daí } b \geq \frac{0,4176 \times 3.446}{42} = 34,3$$

$$\therefore b > 34,3 \text{ mm}$$

b. Para a coroa: ($Z_2 = 30$)

$$\text{vem: } Z_{V_2} = 30 \times 1,412 = 42,36$$

Da figura 9, para $\alpha = 20^\circ$, com $Z_{V_2} = 42,36$ e $x_2 = -x_2 = 0,181$, vem:

$$Y_f = 2,42$$

Para esta engrenagem, temos os mesmos valores geométricos que a anterior e podemos adotar os mesmos valores dos fatores K .

Daí vem:

$$\sigma_f = 0,4552 \times \frac{FT}{b} \quad (\text{kg/mm}^2)$$

sendo a engrenagem do mesmo material que a anterior, para que tenha vida infinita:

$$\sigma_{f\text{lim}} = 42 \text{ kg/mm}^2$$

Daí, tiramos a largura necessária:

na condição de máxima força tangencial:

$$b \geq \frac{0,4552 \times 4.230}{42} = 45,85 \text{ mm}$$

$$\therefore b > 45,9 \text{ mm}$$

Para a carga cúbica média:

$$b \geq \frac{0,4552 \times 3.446}{42} = 37,35$$

$$\therefore b > 37,4 \text{ mm}$$

II.2 - Processo Gráfico

Foi nos cedido, pelo Engenheiro Nelson Sanchez Moreno Jr., da Engesa - Engenheiros Especializados S.A., os programas para o traçado do perfil da evolvente e da trocôide de fundo (ver apêndice).

Para o programa da geração do perfil da evolvente, entramos com:

- 1.-módulo normal $m_n = 6,293$ (mm)
- ângulo de pressão $\alpha_o = 20^\circ$ (o'")
- ângulo de hélice $\beta_o = 27^\circ 41' 39''$ (o'")
- nº de intervalos $n = 10$

Para o Pinhão

- 2.-número da engrenagem: 2342 - 000 - 072
(código Engesa)
- número de dentes: $Z = 23$
- fator de modificação do adendo: $x_1 = 0,181$ (mm)
- diâmetro de cabeça: $da_1 = 178,330$ (mm)
- 3.-posição do campo de tolerância $\Delta S_o = 0,064$ (mm)
- campo de tolerância (em mm) : $32\mu = 0,032$ (mm)

Obs.: o valor da posição do campo e do campo de tolerância saem da norma DIN 3963 (ver figura 11), entrando com o diâmetro primitivo ($d_1 = 163,465$ mm) com o módulo ($m = 6,293$) e a qualidade da engrenagem (7).

Daí, efetuamos os cálculos e obtemos como saídas o núme-

ro da engrenagem, o número de dentes e as coordenadas X e Y máximas e mínimas em relação à linha de centro do dente e o raio primitivo. (Ver figura 12).

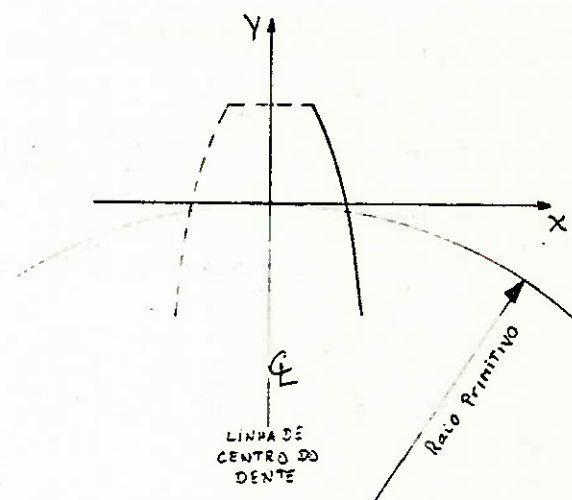


Figura 12

Todos os valores de X e Y foram listados (ver listagem 1)

Para o programa da geração da trocõide de fundo, entramos com:

1. - fator mod. adendo: $x_1 = 0,181$
 - fator folga de fundo: $K_c = 0,250$
 - fator raio de fundo: $K_r = 0,30$
 - posição campo tolerância: $\Delta S_o = 0,064$ (mm)
2. - ângulo de pressão α_o ($^{\circ}$)
 - módulo normal m_n (mm)
 - campo tolerância (mm)
 - altura de aplicação da carga: $h = 0$ (mm)

3. - número de dentes Z
 - ângulo de hélice β_o ($^{\circ}$)

4. - ângulo de loop: $\Delta\epsilon = 2$
 - fator de proporcionalidade: $f = 1$

Obs.: K_c e K_r são funções da ferramenta de corte.

Como saídas, obtemos as coordenadas X e Y em relação à linha de centro do dente e o raio primitivo, e a espessura do dente (t) (ver listagem 2).

Plotamos num gráfico os pontos correspondentes à geração do perfil da evolvente e da trocói de fundo e traçamos o perfil do dente, em escala (ver gráfico 2). Deste gráfico, tiramos os valores de S_x e ℓ_x ; como estes valores devem ser tomados para a secção normal do dente, e o perfil traçado por nós é da secção transversal, deveremos dividir o valor medido em escala do desenho por $\cos \beta_o$.

Daí vem:

$$\frac{S_x}{2 \cdot \cos \beta_o} = 7,4 \text{ mm} \rightarrow S_x = 7,4 \cdot 2 \cdot \cos 27^{\circ}41'39''$$

$$\therefore S_x = 13,1 \text{ mm}$$

$$\text{e } \ell_x = 9,4 \text{ mm}$$

$$\text{sendo } W^{*'} = \frac{FT}{b} \quad \text{e } K = 1,5 \text{ (com os valores de } K \text{ determinados anteriormente)}$$

2342000072. ***
23. ***

7.130 ***
-6.548 ***
7.153 ***
-6.550 ***

7.089 ***
-5.209 ***
7.118 ***
-5.212 ***

6.904 ***
-3.858 ***
6.334 ***
-3.951 ***

6.622 ***
-2.560 ***
6.653 ***
-2.502 ***

6.258 ***
-1.137 ***
6.289 ***
-1.140 ***

5.820 ***
0.228 ***
5.851 ***
0.225 ***

5.314 ***
1.594 ***
5.345 ***
1.592 ***

4.742 ***
2.959 ***
4.774 ***
2.957 ***

4.108 ***
4.322 ***
4.141 ***
4.321 ***

3.415 ***
5.683 ***
3.448 ***
5.681 ***

2.663 ***
7.038 ***
2.697 ***
7.037 ***

Listagem 1

23.
6.293

9.2515 ***
-6.7358 ***
18.9831 ***

8.0118 ***
-6.2275 ***
16.0236 ***

7.3835 ***
-5.5246 ***
14.7670 ***

7.1005 ***
-4.8280 ***
14.2011 ***

6.9709 ***
-4.1680 ***
13.9417 ***

6.9300 ***
-3.4727 ***
13.8620 ***

6.9592 ***
-2.7381 ***
13.9184 ***

7.0547 ***
-1.9300 ***
14.1093 ***

7.2182 ***
-1.0521 ***
14.4367 ***

Listagem 2

ζ dente

GRÁFICO 2

(ENGRENAGEM 2342-000-072)

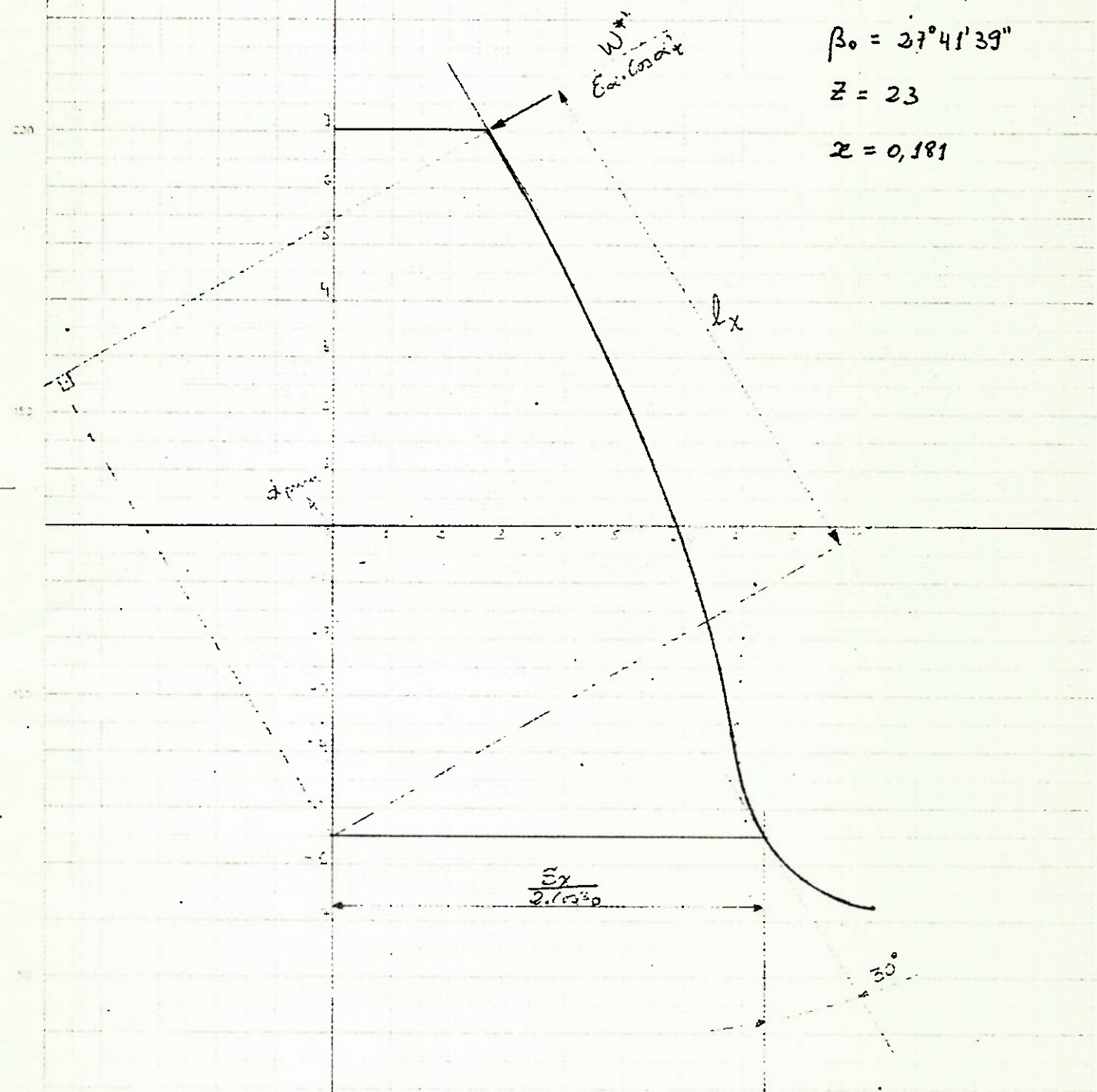
$$m_m = 6,293$$

$$\alpha_0 = 20^\circ$$

$$\beta_0 = 27^\circ 41' 39''$$

$$Z = 23$$

$$x = 0,181$$



ESCALA 10:1

temos:

$$\sigma_f = 6 \cdot \frac{FT}{b \cdot 1,370 \cdot \cos 22^\circ 20' 44''} \cdot \frac{9,4}{13,1^2} \cdot 1,5$$

$$\therefore \sigma_f = 0,389 \cdot \frac{FT}{b}$$

Como visto no processo analítico, para que a nossa -
engrenagem tenha vida infinita, $\sigma_{f\text{lim}} = 42 \text{ kg/mm}^2$

Daí: na condição mais solicitada:

$$b \geq \frac{0,389 \times 4.230}{42} = 39,2 \text{ mm}$$

$$\therefore b > 39,2 \text{ mm}$$

Para a carga cúbica média:

$$b \geq \frac{0,389 \times 3.446}{42} = 31,9 \text{ mm}$$

$$\therefore b > 31,9 \text{ mm}$$

Vemos daí que os dois métodos apresentam resultados bem próximos (diferença em torno de 6,9%). Esta diferença pode ser atribuída a alguma imprecisão na leitura dos valores de Y_f da figura 9 e dos valores de S_x e l_x do gráfico 2.

III. Cálculo da Tensão Superficial de Hertz: (Pitting)

A tensão superficial de Hertz (σ_H), pelo processo Maag, é dada por:

$$\sigma_H = \sqrt{K_{Maag}} \cdot Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\beta \cdot \sqrt{K_A} \cdot \sqrt{K_V} \cdot \sqrt{K_M} \cdot \sqrt{K_L}$$

$$\text{onde } K_{Maag} = W^{*'} \cdot \frac{a'}{r_1' \cdot r_2'}$$

sendo a' = distância entre centros de trabalho (funcionamento)

r_1' = raio do pinhão no círculo primitivo

r_2' = raio da coroa no círculo primitivo

$W^{*'}$ = como definido anteriormente.

Z_H é o fator do ângulo de pressão:

$$Z_H = \sqrt{\frac{2}{\sin(2 \cdot \alpha_t')}}}$$

Z_E é o fator de elasticidade do material:

$$Z_E = \sqrt{0,35 \times \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}}$$

onde E_1 = módulo de elasticidade do material do pinhão

E_2 = módulo de elasticidade do material da coroa

Z_β é o fator de linha de carga.

Para uma engrenagem helicoidal teoricamente precisa (um caso extremo), o fator Z_β se aproxima de $\sqrt{\frac{\cos \beta_b}{\epsilon \alpha}}$

(algumas literaturas sugerem $Z_\beta = \sqrt{\frac{1,4}{\epsilon \alpha}}$ quando $\epsilon \beta$ for maior que a unidade).

No entanto, devido as incertezas que existe na determinação precisa dos efeitos do grau de recobrimento, precisão, etc., assume-se que $Z_\beta = 1$, tanto para o pinhão como para a coroa (dado prático da Maag).

Daí, temos que:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{W^* \cdot a'}{r'_1 \cdot r'_2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\sin 2 \cdot \alpha'_t}} \cdot Z_E \cdot \sqrt{K_A} \cdot \sqrt{K_V} \cdot \sqrt{K_M} \cdot \sqrt{K_L}$$

Quando o material das engrenagens é de aço (como no nosso caso), temos:

$$E_1 = E_2 = 21.000 \text{ kg/mm}^2$$

$$\text{Portanto: } Z_E = 60,62 \text{ kg/mm}^2$$

$$\therefore \sigma_H = 60,62 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot FT \cdot a' \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_M \cdot K_L}{b \cdot r'_1 \cdot r'_2 \cdot \sin 2 \cdot \alpha'_t}} \quad \begin{matrix} (\text{kgf/mm}^2) \\ (\text{para engrenagens}) \\ (\text{de aço}) \end{matrix}$$

Para este engrenamento, temos:

$$a' = 188,34 \text{ mm}$$

$$r'_1 = \frac{d'_1}{2} = 81,73 \text{ mm}$$

$$r'_2 = \frac{d'_2}{2} = 106,61 \text{ mm}$$

$$\alpha'_t = 22^\circ 57' 20''$$

sendo os valores K os mesmos adotados anteriormente,
 $K_A \cdot K_V \cdot K_M \cdot K_L = 1,5$

Verificaremos a tensão superficial de Hertz para a largura da engrenagem anteriormente determinada. Vimos, do cálculo da tensão de flexão, que a coroa deve ter uma largura mínima $b = 46 \text{ mm}$ (tomaremos a coroa e pinhão com a mesma largura), para vida infinita quando sujeita à máxima força tangencial possível $FT = 4.230 \text{ kgf}$.

Daí:

$$\sigma_{H_M} = 60,62 \sqrt{\frac{2 \times 4.230 \times 188,34 \times 1,5}{46 \times 81,73 \times 106,61 \times \sin 2(22^\circ 57' 20'')}} = 174,67 \text{ kgf/mm}^2$$

$$\therefore \sigma_{H_M} = 174,67 \text{ kgf/mm}^2$$

Quando sujeita à força tangencial cúbica média $FT_{c.M.} = 3.446 \text{ kgf}$, vem:

$$\sigma_{H_{c.c}} = 60,62 \sqrt{\frac{2 \times 3.446 \times 188,34 \times 1,5}{46 \times 81,73 \times 106,61 \times \sin 2(22^\circ 57' 20'')}} = 157,65 \text{ kgf/mm}^2$$

$$\therefore \sigma_{H_{c.c}} = 157,65 \text{ kgf/mm}^2$$

Para o nosso material, a dureza mínima é 60 R.C.

A máxima tensão superficial de Hertz permissível, para que não ocorra o "pitting" nos flancos dos dentes, é dada por:

a) Para vida infinita:

$$\sigma_{H_{\infty}} = 2,5 \times R.C. \text{ (kgf/mm}^2\text{)}$$

onde R.C. é a dureza superficial do flanco do dente em Rockwell C.

b) Para vida finita:

$$\sigma_{H_{lim}} = \sigma_{H_{\infty}} \cdot \sqrt{\frac{7}{N}}, \text{ correspondendo à uma vida finita de } 10^N \text{ ciclos (N varia de 3 a 7).}$$

Como estamos dimensionando nossas engrenagens para vida infinita, vem:

$$\sigma_{H_{\infty}} = 2,5 \times 60 = 150 \text{ kg/mm}^2$$

como $\sigma_{H_{\infty}} < \sigma_{H_M}$, devemos aumentar a largura da nossa engrenagem para não ocorrer o pitting.

Determinemos a mínima largura, para vida infinita, na condição de máxima força.

$$150 \geq 60,62 \cdot \sqrt{\frac{2 \times 4.230 \times 188,34 \times 1,5}{b \times 81,73 \times 106,61 \times \sin^2 (22^\circ 57' 20'')}}}$$

$$\therefore b \geq 62,4 \text{ mm}$$

Consideramos esta largura exagerada para nossa engrenagem. Determinaremos a largura mínima para vida infinita considerando a carga cúbica média e então estimaremos a vida que terá a engrenagem na condição de máxima força.

$$150 \geq 60,62 \cdot \sqrt{\frac{2 \times 3.446 \times 188,34 \times 1,5}{b \times 81,73 \times 106,61 \times \sin 2 (22^{\circ}57'20'')}}$$

$$\therefore b \geq 50,8 \text{ mm}$$

Portanto, podemos tomar

$$b = 51 \text{ mm}$$

Estimemos a vida da coroa para $b = 51 \text{ mm}$ na condição de máxima força:

$$\sigma_{H_M} = 60,62 \cdot \sqrt{\frac{2 \times 4.230 \times 188,34 \times 1,5}{51 \times 81,73 \times 106,61 \times \sin 2 (22^{\circ}57'20'')}}$$

$$\therefore \sigma_{H_M} = 165,88 \text{ kgf/mm}^2$$

$$\sigma_{H_M} \leq \sigma_{H_{\infty}} \cdot \sqrt{\frac{7}{N}}$$

$$\text{sendo } \sigma_{H_{\infty}} = 150 \text{ kgf/mm}^2 \rightarrow \sqrt{\frac{7}{N}} \geq \frac{165,88}{150} \rightarrow N \leq 5,72$$

tomemos $\therefore N = 5,7$

Daí, a vida da coroa será 5×10^5 ciclos

sendo a rotação na entrada da caixa de transferência (portanto a rotação da coroa) nesta condição igual é $\frac{2.100}{5,79} =$

$= 362,7 \text{ rpm}$, a vida da engrenagem será:

$$\frac{5 \times 10^5}{362,7} = 1.378,5 \text{ minutos}$$

∴ = 23 horas de funcionamento em 3ª marcha, na condição de potência máxima

se tomarmos $b = 55 \text{ mm}$

$$H_M = 159,74.$$

$$\text{daí: } \sqrt{\frac{7}{N}} \geq 1,065 \quad \therefore N \leq 6,17$$

temos a vida da coroa como sendo pouco maior que 10^6 ciclos, ou seja: = 50 horas de funcionamento nas condições acima.

2.4.2.3 - PROCESSO AGMA:

I. Determinação da tensão de flexão

Para a determinação da tensão de flexão, a Agma apresenta a seguinte equação básica:

$$S_t = \frac{W_t \times P_d}{b \cdot J} \cdot \frac{K_o \cdot K_s \cdot K_m}{K_v}$$

onde S_t é a tensão de ruptura calculada, na raiz do dente, em psi ($16/\text{pol}^2$).

sendo:

W_t = força tangencial transmitida, em libras, no diâmetro primitivo.

$$\text{Pode ser dado por: } W_t = \frac{126.000 \times P}{n \times d}$$

com P = potência transmitida (em H.P.)
 n = rotação do pinhão (em r.p.m.)
 d' = diâmetro primitivo de funcionamento
do pinhão (em pol.)

Pd.: diametral pitch transversal.

$$Pd = \frac{25,4}{m_t'}$$

b = largura da engrenagem, em polegadas.

J = fator geométrico, dado por:

$$J = \frac{Y_c \cdot \cos^2 \beta}{K_f \cdot M_n}$$

sendo: Y_c = fator de forma do dente
 β = ângulo de hélice (graus)
 K_f = fator de correção da tensão
 M_n = relação de distribuição de carga

Obs.: Y_c , K_f e M_n serão definidos posteriormente

K_o = fator de sobrecarga.

Os valores de K_o podem ser dados pela tabela 19. (ver pág. 65).

K_s = fator de tamanho:

O fator K_s pode ser tomado como sendo unitário para a maioria das engrenagens helicoidais, supondo uma escolha adequada do aço da engrenagem, assim como da dureza do material.

$$\therefore K_s = 1$$

K_m = fator de distribuição de carga:

Os valores de K_m são dados pela tabela 20

K_v = fator dinâmico:

O fator dinâmico depende de:

- efeitos de erros no perfil do dente.
- efeito da velocidade no diâmetro primitivo e r.p.m.
- inercia e dureza de todos os elementos girantes.
- carga transmitida por polegada de face.
- dureza do dente.

O valor de K_v é determinado pela figura 14(pág.66), onde :

Curva 1:

Usada para engrenagens helicoidais de alta precisão, onde os itens acima citados não contribuem para o aparecimento de apreciáveis cargas dinâmicas.

Curva 2:

Usada para engrenagens helicoidais de alta precisão, onde os itens acima citados podem desenvolver uma apreciável - carga dinâmica. Esta curva é recomendada para engrenagens helicoidais comercial. Para entrarmos nesta curva, calcu-

$$\text{lamos } v = \pi \cdot d \cdot n \text{ (m/min)} = \pi \cdot d \cdot n \times \frac{100}{30,48} \text{ (pés/min)}$$

Definiremos agora o número de dentes equivalentes Z_e :

$$Z_e = \frac{Z}{\cos^3 \beta}, \text{ onde } Z \text{ é o número de dentes real (atual)}$$

Podemos então definir um diâmetro primitivo equivalente d_e :

$$d_e = Z_e \text{ (em polegadas)}$$

daí:

$$d_{b_e} = d_e \cos \alpha$$

onde: α = ângulo de pressão normal (graus)

$$d_{b_e} = \text{diâmetro de base equivalente (em polegadas)}$$

Definiremos um diâmetro externo equivalente d_{o_e} :

$$d_{o_e} = d_e + (d_a - d'). P_{nd} \text{ (em polegadas)}$$

sendo: d_a = diâmetro de cabeça (em polegadas)

d' = como definido acima

P_{nd} = diametral pitch normal

$$\text{onde: } P_{nd} = \frac{P_d}{\cos \beta} \text{ (} P_d \text{ como dado acima)}$$

$$\text{ou } P_{nd} = \frac{25,4}{m_n}$$

Power Source	Load On Driven Machine		
	Uniform	Moderate Shock	Heavy Shock
Uniform	1.00	1.25	1.75 or higher
Light Shock	1.25	1.50	2.00 or higher
Medium Shock	1.50	1.75	2.25 or higher

Tabela 19 - Fator de sobrecarga K_o

Condition of Support	Face Width, Inches			
	2 and under	6	9	16 and over
Accurate mountings, low bearing clearances, minimum elastic deflection, precision gears	1.2	1.3	1.4	1.7
Less rigid mountings, less accurate gears, contact across full face	1.5	1.6	1.7	2.0
Accuracy and mounting such that less than full face contact exists	over 2			

Tabela 20 - Fator de distribuição de carga K_m

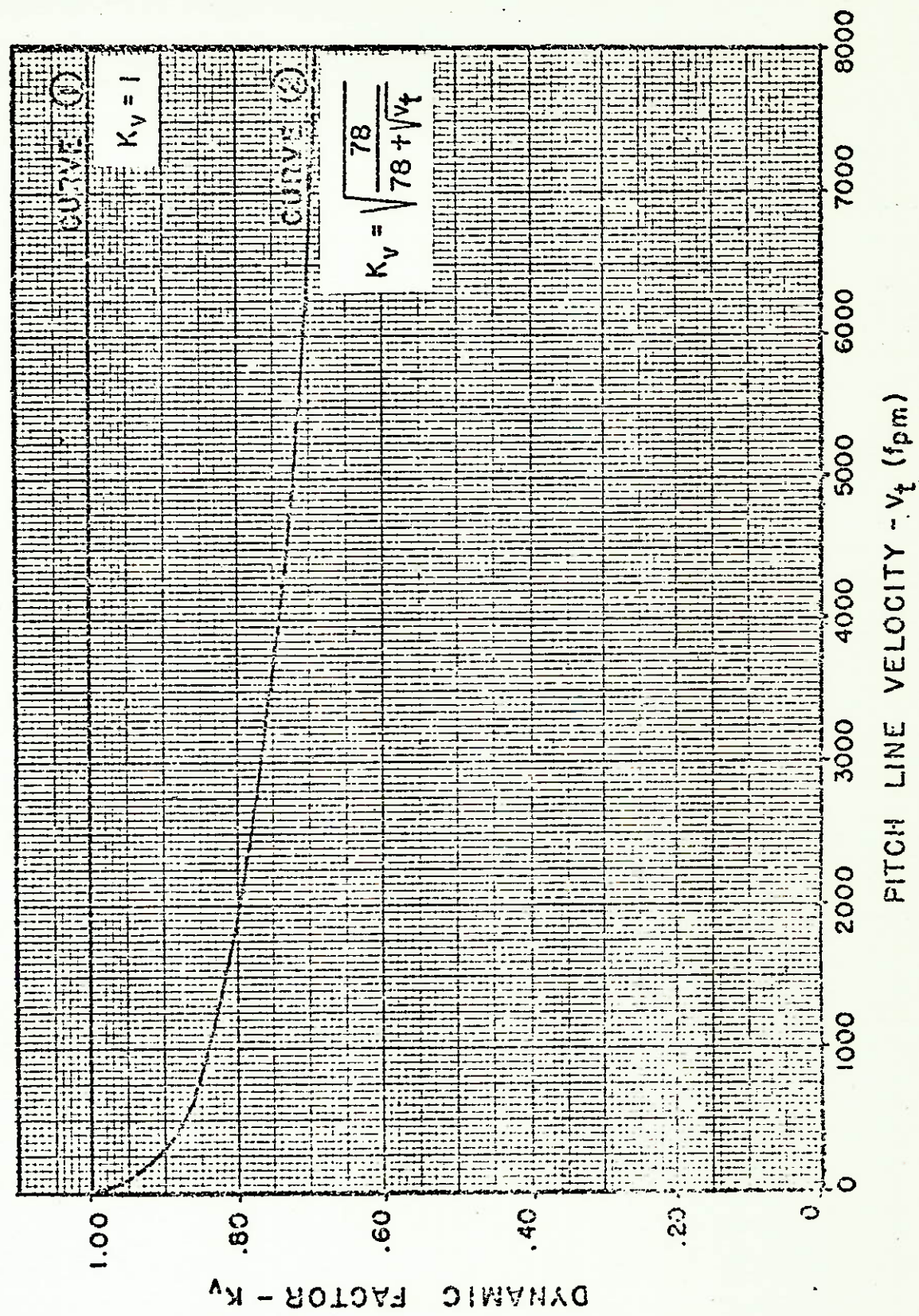


Figura 14 - Determinação do fator dinâmico K_v

O fator de forma do dente Y_c , pode ser calculado por:

$$Y_c = \frac{1}{\frac{\cos \theta_{Ln}}{\cos \alpha} \left(\frac{1,5}{x \cdot C_h} - \frac{\operatorname{tg} \theta_{Ln}}{t} \right)}$$

onde:

$$\theta_{Ln} = \cos^{-1} \left(\frac{d_{be}}{d_{oe}} \right) - \left(\frac{t_L}{d_{oe}} \right) \times (57,3)$$

sendo d_{be} e d_{oe} como calculados acima.

t_L : é a largura do topo do dente, medida em escala do perfil normal do dente. (ver figura 15)

Para a determinação de t_L , assim como de x e t , devemos - traçar o perfil do dente, como feito no processo gráfico da Maag, fazendo uso dos programas para o traçado do perfil da evolvente e da trocói de fundo (ver apêndice 1). Desta forma, podemos obter o lay out mostrado na figura 15, onde t é a largura do dente na secção crítica.

Para determinarmos a secção crítica, devemos minimizar x (ver figura 15)

Por semelhança de triângulo ($\Delta emi \sim \Delta imn$)

temos que: $x = \frac{t^2}{4h}$

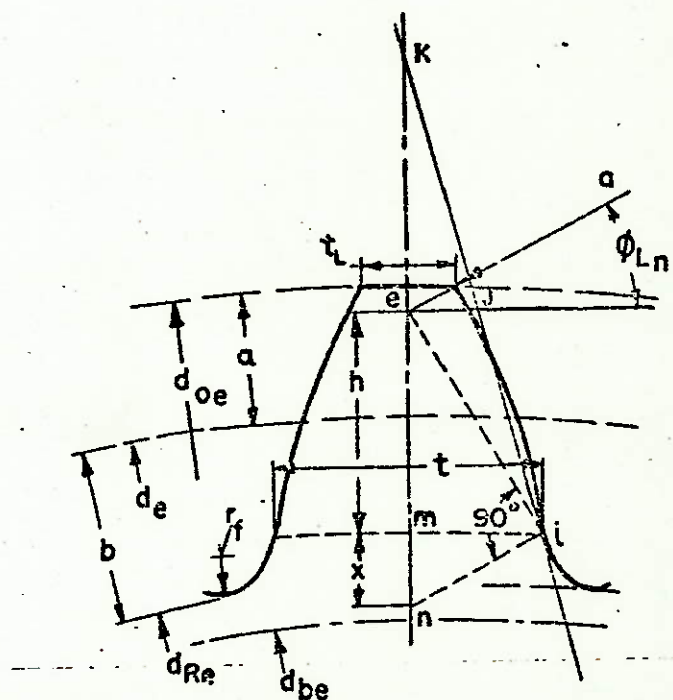


Figura 15 - Lay out da secção normal do dente, mostrando os valores necessários para a determinação do fator de forma do dente Y_C .

Minimizando a expressão acima, temos os valores de x e t medidos do desenho).

Obs.: os valores de t_L , x e t são tomados em polegada.

C_h é o fator de hélice, dado pela figura 16.

Com isto, podemos calcular o fator Y_c .

O fator de correção da tensão K_f é dado por:

$$K_f = H + \left(\frac{t}{r_f} \right)^J \cdot \left(\frac{t}{h} \right)^L$$

Os valores de H , J e L são obtidos da tabela 21.1, em função do ângulo de pressão (α).

Os valores de t , h e r_f saem do lay out do perfil do dente (figura 15), onde r_f é o raio mínimo de filete na raiz deste.

Dai, temos determinado o fator k_f .

Para determinarmos M_n , temos que considerar duas situações distintas:

1ª) se o grau de recobrimento axial $\epsilon\beta$ for menor que 2 ($\epsilon\beta < 2$)

Para esta situação temos:

$$M_N = \frac{b}{L_{\min}}$$

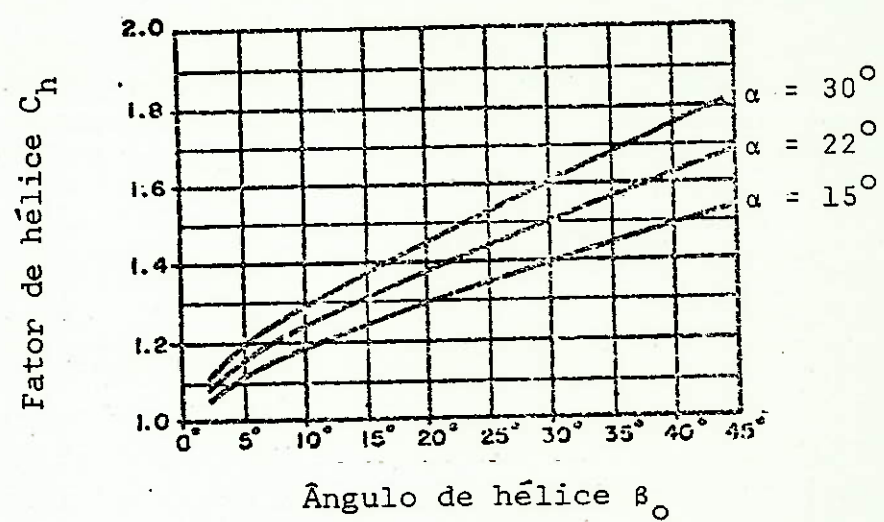


Figura 16 - Determinação do fator de hélice C_h

Pressure Angle	H	J	L
$14\frac{1}{2}^\circ$	0.22	0.20	0.40
20°	0.18	0.15	0.45
25°	0.14	0.11	0.50

Tabela 21.1 - Determinação dos valores de H , J e L

onde:
$$\left(\frac{C \cdot b}{P_b} \right) - (n_r) \cdot (n_a) \cdot (P_x)$$

Caso I:
$$L_{\min} = \frac{\left(\frac{C \cdot b}{P_b} \right) - (n_r) \cdot (n_a) \cdot (P_x)}{\cos \beta_b}$$

se
$$\frac{1 - n_r}{n_a} \geq 1,0$$

Caso II:
$$L_{\min} = \frac{\left(\frac{C \cdot b}{P_b} \right) - (1 - n_r)(1 - n_a) \cdot (P_x)}{\cos \beta_b}$$

se
$$\frac{1 - n_r}{n_a} < 1,0$$

- n_r é a parte fracionária do grau de recobrimento axial ($\epsilon\beta$) (ou seja, se $\epsilon\beta = 1,235$ então $n_r = 0,235$).

- n_a é a parte fracionária do grau de recobrimento transversal ($\epsilon\alpha$).

- C é o comprimento da reta de ação, em polegadas.

O valor de C pode ser calculado pela Maag, em milímetros, usando os valores geométricos anteriormente calculados, como:

$$C = C_1 + C_2$$

onde:
$$C_1 = \frac{d_{b1}}{2} (\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha'_t)$$

$$C_2 = \frac{d_{b2}}{2} (\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha'_t)$$

O valor de C encontrado desta forma, é convertido para polegadas.

- β_b é o ângulo de hélice de base.
- P_b : passo de base transversal
(é o P_{bf} calculado pela Maag, em polegadas - cálculo geométrico).
- P_x : passo axial (em polegadas), dado por:

$$P_x = \frac{\pi}{P_{nd} \times \sin \beta}$$

(P_{nd} calculado anteriormente)

2^a) se o grau de recobrimento $\epsilon\beta$ for maior ou igual a 2
($\epsilon\beta > 2$)

Para esta situação temos:

$$M_N = \frac{P_{bn}}{0,95 \times C}$$

onde P_{bn} é o passo de base normal (determinado no cálculo geométrico)

Com o valor de M_n determinado, podemos agora determinar o fator geométrico J .

A relação entre a tensão calculada (S_t) e a tensão admissível do material (S_{a_t}) é dado por:

$$S_t \leq \frac{S_{a_t} \cdot K_L}{K_T \cdot K_R}$$

onde:

- S_{a_t} : tensão admissível do material, em psi (libra/pol²).
 S_{a_t} é dada pela tabela 21.2

Pode ser tirado também do gráfico 1 da Maag.

- K_L : fator de vida (relacionado com o número de ciclos requeridos).

K_L é dado pela tabela 22

- K_T : fator de temperatura

Quando a engrenagem trabalha em óleo ou quando a temperatura da engrenagem não excede 250°F (120°C), podemos tornar $K_T = 1,0$.

Há casos em que se tem necessidade de tomarmos valor de K_T maior que a unidade, como para engrenagens cementadas quando a temperatura se eleva acima de 160°F.

A base da correção é:

$$K_T = \frac{460 + T_F}{620}$$

Material	Hardness	s_{at} - psi
Case Carburized and Hardened Steel		
General Design	55-63 R_c	55,000
Special Material, Heat treatment and Inspection.	55-63 R_c	65,000
Cast Iron		
AGMA Grade 20		5,000
" " 30	175 BHN (Min.)	8,500
" " 40	200 BHN (Min.)	13,000

TABELA 21.2 - Tensão admissível do material
(S_{at})

Number of Cycles	K_L			
	160 BHN	250 BHN	450 BHN	case carb.*
Up to 1000	1.6	2.4	3.4	2.7
10,000	1.4	1.9	2.4	2.0
100,000	1.2	1.4	1.7	1.5
1 million	1.1	1.1	1.2	1.1
10 million and over	1.0	1.0	1.0	1.0

TABELA 22 - Fator de vida K_L

onde T_F é o pico de temperatura de operação do óleo, em graus Fahrenheit.

- K_R é o fator de segurança.

K_R pode ser tirado da tabela 23

Requirements of Application	K_R
High Reliability	3.00 or higher
Industrial	1.33

II - Cálculo da tensão de flexão para o Par 23-30, $m=6,293$, $\beta=27^\circ 41' 39''$ e $\alpha=20^\circ$

Como pode ser visto da tabela 1, a condição de maior força tangencial possível (obedecendo a condição de slip-torque) é em 3ª marcha à 2100 r.p.m. Nesta condição, temos:

$$W_t = F_T = 4.230 \text{ kgf} = 9.325,4 \text{ lbf}$$

- sendo $m'_t = 7,107$, vem:

$$P_d = \frac{25,4}{7,107} = 3,574$$

- Da tabela 19 tiramos o valor de K_O .

Considerando a fonte de força (no caso o motor) como sendo uniforme e a carga na máquina movida (no caso os eixos do trator) como tendo choque moderado, temos $K_O = 1,25$

- Tomemos $K_S = 1$

- Da tabela 20, tomemos $K_m = 1,2$

Obs.: 1 lbf = 0,4536 kgf

- Usando a curva 1, tomemos $K_v = 1$

a.) Para o pinhão, temos:

sendo $Z_1 = 23$ e $\beta = 27^{\circ}41'39''$, vem:

$$Z_{e1} = \frac{23}{\cos^3 27^{\circ}41'39''} = 33,13$$

$$\therefore d_{e1} = 33,13 \text{ polegadas}$$

$$d_{be1} = 33,13 \times \cos 20^{\circ} \rightarrow d_{be1} = 31,134 \text{ pol.}$$

$$\text{sendo } d_{a1} = 178,330 \text{ mm} = 7,021 \text{ pol. e}$$

$$d'_1 = 163,465 \text{ mm} = 6,435 \text{ pol.}$$

como mostrados no cálculo geométrico, vem:

$$do_{e1} = 33,13 + (7,021 - 6,435) \times 4,036$$

$$\text{pois } P_{n_d} = \frac{25,4}{6,293} = 4,036 \text{ pol.}$$

$$\text{daí: } do_{e1} = 35,495 \text{ pol.}$$

Tracemos o perfil do dente, para obtermos as medidas geométricas necessárias ao prosseguimento do dimensionamento.

No programa para o traçado do perfil da evolvente(a pên_dice 1), entramos com:

$$\begin{aligned} m_n &= 25,4 \text{ (mm)} \\ \alpha_o &= 20^\circ \\ \beta_o &= 0 \\ n_i &= 10 \text{ (nº de intervalos)} \\ n^\circ \text{ engr.} &= 1 \\ Z_{e_1} &= 33,132 \\ x_1 &= 0,181 \\ d_{o_{e_1}} &= 901,57 \text{ (mm)} \end{aligned}$$

Posição do campo de tolerância: para o diâmetro primitivo do pinhão $d_1' = 163,465 \text{ mm}$; $m_n = 6,293$ e qualidade de trabalho = 7, da norma DIN 3963 (figura 11) tiramos:

$$\Delta S_{o_1} = 0,064 \text{ mm}$$

e campo de tolerância = 0,032 mm.

Daí, obtemos 11 pontos de coordenadas x e Y , que nos permite traçar o perfil da evolvente (ver listagem 3)

Para o programa da geração da trocóide de fundo, entramos com:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0,181 \\ K_c &= 0,125 \\ K_y &= 0,300 \\ \Delta S_{o_1} &= 0,064 \text{ (mm)} \\ \alpha_o &= 20^\circ \end{aligned}$$

$$m_n = 25,4 \text{ (mm)}$$

$$\text{campo de tol.: } 0,032 \text{ (mm)}$$

$$h = 0$$

$$Z_{e1} = 33,132$$

$$\beta_o = 0$$

$$\Delta \varepsilon = 2$$

$$f = 1$$

(da mesma maneira feita no processo MAAG)

Daí, tiramos 8 pontos de coordenadas x e Y , que nos permite traçar a troçoide de fundo (ver listagem 4)

Traçamos então o perfil da evolvente, como mostra o gráfico 3.

Do gráfico 3, análogo à figura 15, tiramos

$$\frac{t_L}{2} = 8,82 \text{ mm} \rightarrow t_L = 17,64 \text{ mm}$$

$$\therefore t_L = 0,694 \text{ pol.}$$

$$\text{Daí: } \theta_{Ln} = \cos^{-1} \left(\frac{31,134}{35,495} \right) - \left(\frac{0,694}{35,495} \right) \times (57,3) = 27,5866$$

$$\therefore \theta_{Ln} = 27^{\circ} 35' 12''$$

1. ***
33. ***

26.147 ***
-26.241 ***
26.162 ***
-26.242 ***

25.692 ***
-20.672 ***
25.907 ***
-20.673 ***

25.108 ***
-15.070 ***
25.123 ***
-15.071 ***

23.966 ***
-9.451 ***
23.982 ***
-9.452 ***

22.525 ***
-3.820 ***
22.540 ***
-3.821 ***

20.816 ***
1.816 ***
20.832 ***
1.816 ***

18.860 ***
7.455 ***
18.876 ***
7.454 ***

16.673 ***
13.091 ***
16.699 ***
13.090 ***

14.265 ***
10.720 ***
14.282 ***
10.720 ***

11.645 ***
24.340 ***
11.662 ***
24.340 ***

8.820 ***
29.947 ***
8.839 ***
29.947 ***

Listagem 3

33.6002 ***
-25.5351 ***
67.2003 ***

27.9891 ***
-22.6729 ***
55.9792 ***

26.0973 ***
-19.4507 ***
52.1946 ***

25.3791 ***
-16.7059 ***
50.7581 ***

25.0672 ***
-13.9232 ***
50.1744 ***

25.0789 ***
-10.9830 ***
50.1578 ***

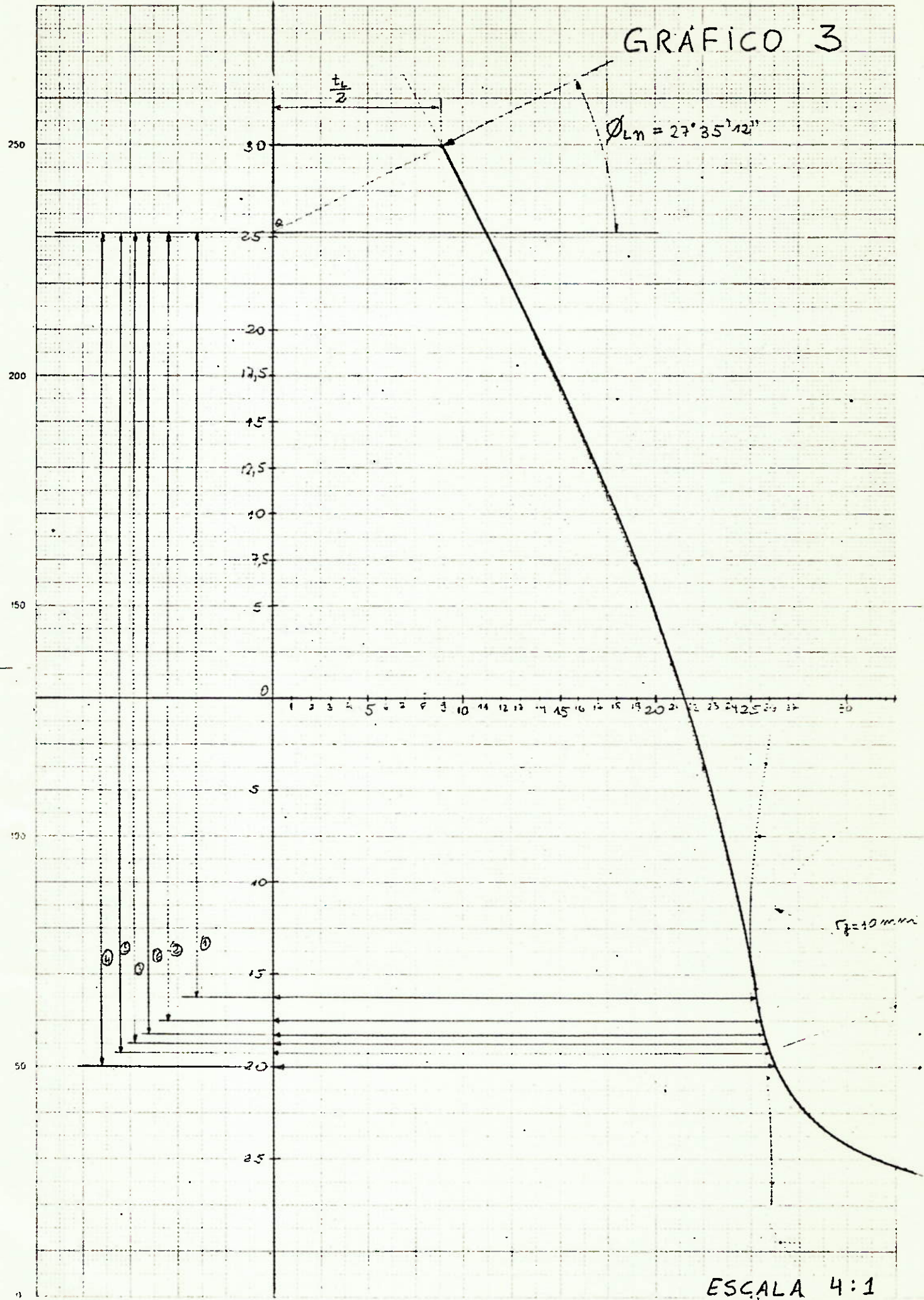
25.3370 ***
-7.4758 ***
50.6741 ***

25.8772 ***
-3.6688 ***
51.7543 ***

1.
33.

Listagem 4

GRÁFICO 3



ESCALA 4:1

Determinemos a secção crítica do dente: minizemos χ , tomando do gráfico 3 para cada $t/2$, seu respectivo h . Montemos a tabela abaixo.

Medida número:	$t/2$	$h(\text{mm})$	$\chi(\text{mm})$
1	25,25	41,50	15,363
2	25,50	42,75	15,210
3	25,80	44,00	15,128
4	26,25	45,25	15,228
5	26,00	44,50	15,191
6	25,70	43,50	15,184

vemos que o menor χ é o da medida nº 3. Portanto, temos:

$$\begin{array}{l} \text{secção} \\ \text{mínima} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \chi = 15,128 \text{ mm} = 0,596 \text{ pol} \\ h = 44,00 \text{ mm} = 1,732 \text{ pol} \\ t/2 = 25,80 \text{ mm} = 1,016 \text{ pol} + t = 2,032 \text{ pol.} \end{array} \right.$$

$$\text{- Da figura 16, sendo: } \left\{ \begin{array}{l} \beta = 27^{\circ}41'39'' \\ \alpha = 20^{\circ} \end{array} \right.$$

$$\text{tiramos } C_h = 1,44$$

Calculemos então Y_c :

$$Y_c = \frac{1}{\frac{\cos 27^\circ 35' 12''}{\cos 20^\circ} \left(\frac{1,5}{0,596 \times 1,44} - \frac{\operatorname{tg} 27^\circ 35' 12''}{2,032} \right)}$$

$$\therefore Y_c = 0,7113$$

Calculemos agora o fator de correção da tensão k_f :

Da tabela 21.1, para $\alpha = 20^\circ$, tiramos:

$$H = 0,18$$

$$J = 0,15$$

$$L = 0,45$$

Do gráfico 3 tiramos o valor de $r_f = 10 \text{ mm} = 0,394 \text{ pol.}$

t e h como determinados anteriormente para a secção crítica. Daí temos:

$$K_f = 0,18 + \left(\frac{2,032}{0,394} \right)^{0,15} \cdot \left(\frac{2,032}{1,732} \right)^{0,45} = 1,554$$

$$\therefore K_f = 1,554$$

O grau de recobrimento axial $\epsilon\beta$ é dado por:

$$\epsilon\beta = \frac{b \cdot \operatorname{sen}^{\beta} b}{P_{b_n}}$$

$$\text{sendo } \begin{cases} \beta_b = 25^{\circ}53'42'' \\ p_{b_n} = 18,578 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\text{vem: } \epsilon\beta = 0,0235.b$$

Analisaremos as duas situações:

$$\epsilon\beta > 2 \text{ e } \epsilon\beta < 2$$

Para $\epsilon\beta$ ser maior que 2, teríamos que ter $b > 85,1 \text{ mm}$

Como temos problema de espaço na caixa, b certamente deve rá ser menor que este valor. Portanto, para uma primeira estima tiva, vamos tomar a condição $\epsilon\beta < 2$

Nesta situação, teríamos:

$$M_N = \frac{b}{L_{\min}}$$

Do cálculo geométrico apresentado anteriormente, te mos:

$$\epsilon\alpha = 1,370$$

$$\therefore n_a = 0,370$$

Como mostrado acima:

$$\epsilon\beta = 0,0235.b$$

Para termos $\frac{1 - n_r}{n_a} \geq 1,0$, devemos ter $n_r \leq 0,630$,
ou seja, $\epsilon\beta \leq 0,630$ ou $1 \leq \epsilon\beta \leq 1,630$ (uma vez que tomamos $\epsilon\beta < 2$).

Portanto, teríamos que ter:

$$b \leq 26,8 \quad \text{ou}$$

$$42,5 \leq b \leq 69,4 \quad \text{para que} \quad \frac{1 - n_r}{n_a} \quad \text{seja maior ou igual a 1. Caso contrário, teríamos} \quad \frac{1 - n_r}{n_a} < 1.$$

Conclusão:

Se $b \leq 26,8$ ou $42,5 \leq b \leq 69,4$ teríamos o caso I para o cálculo de $L_{\min}$.

Se $26,8 < b < 42,5$ ou $b > 69,4$, teríamos o caso II para o cálculo de $L_{\min}$.

Vamos supor inicialmente que a largura da nossa engrenagem seja $b = 55$ mm (iremos verificar esta largura), para uma estimativa do valor de n_r .

Portanto, se enquadra no caso I para o cálculo de $L_{\min}$, ou seja:

$$L_{\min} = \frac{\left(\frac{C \cdot b}{P_b} \right) - (n_r) \cdot (n_a) \cdot (P_x)}{\cos \beta_b}$$

com $b = 55$ mm, vem $\epsilon\beta = 0,0235.55$

$$\therefore \epsilon\beta = 1,2925 \rightarrow n_r = 0,2925$$

sendo $P_{n_d} = 4,036$ pol. (determinado anteriormente)
e $\beta = 27^{\circ}41'39''$, vem:

$$P_x = \frac{\pi}{4,036 \times \sin 27^{\circ}41'39''} = 1,675$$

Determinemos o comprimento C da reta de ação:

$$C_1 = \frac{151,190}{2} (t_g 32^{\circ}01'32'' - t_g 22^{\circ}20'44'')$$

$$\therefore C_1 = 16,210 \text{ mm}$$

$$C_2 = \frac{197,205}{2} (t_g 28^{\circ}05'02'' - t_g 22^{\circ}20'44'')$$

$$\therefore C_2 = 12,082 \text{ mm}$$

$$\therefore C = 16,210 + 12,082 = 28,292 \text{ mm}$$

$$C = 1,114 \text{ pol.}$$

Obs.: os valores de d_b , α_a e α_t' saem dos cálculos geométricos feitos anteriormente.

$$\text{sendo } \begin{cases} P_b = 20,651 \text{ mm} = 0,813 \text{ pol.} \\ \beta_b = 25^{\circ}51'42'' \end{cases}$$

determinemos $L_{\min}$:

$$L_{\min} = \frac{\left(\frac{1,114 \times b}{0,813} \right) - (0,2925) (0,370) (1,675)}{\cos 25^{\circ}53'42''}$$

$$\therefore L_{\min} = 1,523.b - 0,2015$$

$$\text{Daí: } M_N = \frac{b}{1,523.b - 0,2015}$$

Determinemos J:

$$J = \frac{0,7113 \cdot \cos^2 27^{\circ} 41' 39''}{1,554 \cdot \left(\frac{b}{1,523.b - 0,2015} \right)}$$

$$\therefore J = 0,5466 - \frac{0,0742}{b}$$

Podemos agora determinar a tensão de flexão S_t :

$$S_t = \frac{9.325,4 \cdot 3,574}{b \cdot \left(0,5466 - \frac{0,0742}{b} \right)} \cdot \frac{1,25 \cdot 1,1,2}{1}$$

$$\therefore S_t = \frac{91.462,7}{b - 0,136}$$

Determinemos a tensão admissível do material. Das tabelas mencionadas anteriormente, quando da definição de S_{at} e dos fatores K_L , K_T e K_R , temos:

$$- S_{at} = 59.000 \text{ psi}$$

(S_{at} foi tirado do gráfico 1 da MAAG, para o mesmo ma

terial da engrenagem escolhido anteriormente).

- Pela tabela 22, para que o pinhão tenha vida in finita (ou seja, maior que 10^7 ciclos), tiramos $K_L = 1,0$
- Sendo nossa engrenagem para aplicação industrial, tiramos da tabela 23 $K_R = 1,33$
- No nosso caso (engrenagem trabalhando em óleo e temperatura inferior a 121°C), podemos tomar $K_T = 1,0$

Daí, vem:

$$S_t \leq \frac{59.000 \times 1,0}{1,0 \times 1,33} = 44.361,0$$

$$\therefore \frac{91.462,7}{b - 0,136} \leq 44.361,0$$

$$\therefore b \geq 2,2 \text{ pol.} = 55,9 \text{ mm}$$

$$\therefore b > 55,9 \text{ mm para vida infinita.}$$

Verificaremos b para uma vida de 10^6 ciclos.

Neste caso, $K_L = 1,1$ (tabela 22)

$$\therefore S_t \leq \frac{59.000 \times 1,0}{1,0 \times 1,33} = 48.797,0$$

$$\therefore \frac{91.462,7}{b - 0,136} \leq 48.797,0$$

$$\therefore b \geq 2,010 \text{ pol.} = 51,1 \text{ mm}$$

$$\therefore b > 51,1 \text{ mm para uma vida de } 10^6 \text{ ciclos.}$$

Portanto, poderemos tomar a largura suposta anteriormente ($b=55 \text{ mm}$) e garantir uma vida de mais de 1 milhão de ciclos na engrenagem.

No entanto, se tomarmos $b = 56 \text{ mm}$ (mínimo para vida infinita), alteraremos muito pouco o valor de $L_{\min}$, e por consequente, o da expressão de S_t .

Portanto, podemos tomar $b = 56 \text{ mm}$ sem precisarmos reiterar os cálculos feitos anteriormente.

CONCLUSÃO: largura do pinhão para vida infinita, na situação da máxima força tangencial possível: $b = 56 \text{ mm}$ (quanto a tensão de flexão, ou seja, quanto à ruptura por fadiga).

Para carga cúbica média, temos:

$$W_{tc.m.} = F_{Tc.m.} = 3.446 \text{ kg} = 7.597,0 \text{ lbf}$$

Para vida infinita do pinhão, $K_L = 1,0$

Daí temos:

$$S_t = \frac{74.510,6}{b - 0,136}$$

$$\text{e } S_t \leq 44.361,0$$

$$\therefore b \geq 1,82 \text{ pol.} = 46,1 \text{ mm}$$

Obs.: Os valores da largura das engrenagens encontrados pelo processo Agma, leva em consideração um coeficiente de segurança (K_R), o que não ocorre com o processo Maag. Daí a razão da largura b calculada pelo processo Agma - ser maior do que a calculada pelo processo Maag. Se levarmos em consideração o coeficiente de segurança recomendado pela Agma para engrenagens industriais (ou seja, $K_R = 1,33$) na determinação da largura do pinhão pelo processo Maag, teríamos:

Para a condição de máxima força tangencial :

$$b > 42,1 \times 1,33 = 56 \text{ mm}$$

$\therefore b > 56 \text{ mm}$ para vida infinita; e para a carga cúbica média:

$$b > 34,3 \times 1,33 = 45,6 \text{ mm}$$

$\therefore b > 45,6 \text{ mm}$ para vida infinita, que são exatamente os valores encontrados pela Agma.

b. Para a coroa, temos:

sendo $Z_2 = 30$, vem:

$$Z_{e_2} = \frac{30}{\cos^3 27^\circ 41' 39''} = 43,216$$

$$\therefore d_{e_2} = 43,216 \text{ polegadas}$$

$$d_{be_2} = 43,22 \times \cos 20^\circ \rightarrow d_{be_2} = 40,610 \text{ pol.}$$

$$\text{sendo } d_{a_2} = 223,523 \text{ mm} = 8,800 \text{ pol. e}$$

$$d'_2 = 213,215 \text{ mm} = 8,394 \text{ pol.}$$

como mostrados no cálculo geométrico, vem:

$$d_{oe_2} = 43,216 + (8,800 - 8,394) \times 4,036 = 44,859$$

$$\therefore d_{oe_2} = 44,859 \text{ pol.}$$

- Traçado do perfil do dente, para obtenção das medidas geométricas necessárias ao prosseguimento do dimensionamento:

Do programa para o traçado do perfil da evolvente (apêndice 1), entrando com:

$$m_n = 25,4 \text{ (mm)}$$

$$\alpha_o = 20^\circ$$

$$\beta_o = 0$$

$$n^\circ \text{ de intervalos } n_i = 10$$

$$n^\circ \text{ engr.} = 1$$

$$Z_{e_2} = 43,22$$

$$x_2 = - 0,181$$

$$d_{oe_2} = 1.139,40 \text{ (mm)}$$

sendo o diâmetro primitivo da coroa $d_2' = 213,215$ mm:

$m_n = 6,293$ e qualidade de trabalho = 7, da norma DIN3963

(figura 11), tiramos:

Posição do campo de tolerância: $\Delta S_{o_2} = 0,072$ mm e campo de tolerância = 0,036 mm.

Obtemos 11 pontos de coordenadas x e Y que nos permite - traçarmos o perfil da evolvente. (ver listagem 5).

Para o programa da geração da trocôide de fundo, entramos com: (de maneira análoga à feita no processo Maag).

$$x_2 = - 0,181$$

$$K_c = 0,125$$

$$K_y = 0,300$$

$$\Delta S_{o_2} = 0,072 \text{ (mm)}$$

$$\alpha_o = 20^\circ$$

$$m_n = 25,4 \text{ (mm)}$$

$$\text{campo de tol.} = 0,036 \text{ (mm)}$$

$$h = 0$$

$$Z_{e_2} = 43,22$$

$$\beta_o = 0$$

$$\Delta \epsilon = 2$$

$$f = 1$$

Dai, tiramos 8 pontos de coordenadas x e Y , que nos permite traçar a trocôide de fundo (ver listagem 6).

2. ***
43. ***

24.801 ***
-33.699 ***
24.818 ***
-33.700 ***

24.538 ***
-28.296 ***
24.555 ***
-28.291 ***

23.835 ***
-22.861 ***
23.852 ***
-22.862 ***

22.836 ***
-17.422 ***
22.853 ***
-17.422 ***

21.591 ***
-11.975 ***
21.609 ***
-11.976 ***

20.129 ***
-6.524 ***
20.147 ***
-6.525 ***

18.468 ***
-1.072 ***
18.486 ***
-1.072 ***

16.631 ***
4.388 ***
16.639 ***
4.388 ***

14.598 ***
9.630 ***
14.616 ***
9.629 ***

12.487 ***
15.274 ***
12.425 ***
15.274 ***

10.054 ***
20.712 ***
10.072 ***
20.712 ***

33.4953 ***
-34.4100 ***
66.9905 ***

27.9847 ***
-32.0234 ***
55.9693 ***

25.5127 ***
-28.6532 ***
51.0254 ***

24.3414 ***
-25.4002 ***
49.6827 ***

23.7130 ***
-21.9472 ***
47.4260 ***

23.4509 ***
-19.0023 ***
46.9018 ***

22.5295 ***
-17.7103 ***
47.0590 ***

23.9667 ***
-8.7323 ***
47.9334 ***

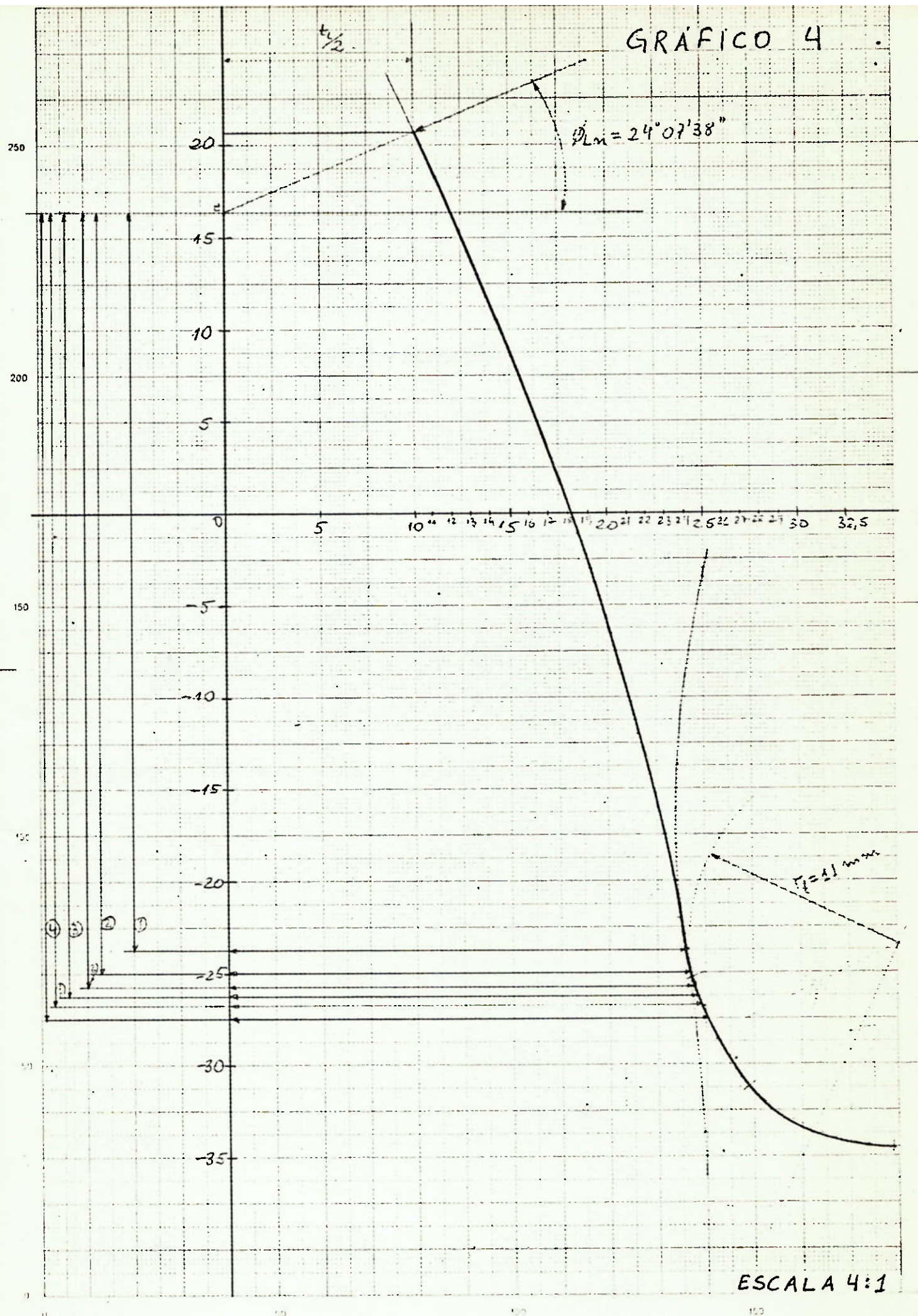
24.7949 ***
-3.3167 ***
49.5896 ***

2.
43.

Listagem 6

Listagem 5

GRÁFICO 4



ESCALA 4:1

Podemos então traçar o perfil da evolvente, como mostra o gráfico 4.

Do gráfico 4, análogo à figura 15, tiramos $\frac{t_L}{2} = 10,054 \text{ mm}$ (tirado da listagem 5).

$$\therefore t_L = 20,108 \text{ mm} = 0,792 \text{ pol.}$$

$$\text{daí: } \theta_{L_n} = \cos^{-1} \left(\frac{40,610}{44,859} \right) - \left(\frac{0,792}{44,859} \right) \times (57,3)$$

$$\therefore \theta_{L_n} = 24,127 = 24^{\circ}07'38''$$

construímos o gráfico 4 como mostrado na figura 15, minimizando χ .

As medidas tomadas para minimizar χ são mostradas na tabela abaixo (procedimento análogo ao anterior)

Medida Número	$t/2$ (mm)	h (mm)	χ (mm)
1	24,00	40,12	14,357
2	24,25	41,35	14,222
3	24,60	42,60	14,206
4	25,10	43,85	14,367
5	24,75	43,10	14,213
6	24,50	42,10	14,258

Vemos daí que o menor x é o da medida nº 3. Portanto, temos:

$$\text{secção mínima} \begin{cases} x = 14,206 \text{ mm} = 0,559 \text{ pol.} \\ h = 42,60 \text{ mm} = 1,677 \text{ pol.} \\ t_{/2} = 24,60 \text{ mm} = 0,969 \text{ pol.} \end{cases}$$

$$\therefore t = 1,937 \text{ pol.}$$

sendo $\beta = 27^{\circ}41'39''$ e $\alpha = 20^{\circ}$, da figura 16 tiramos:

$$C_h = 1,44$$

calculemos então Y_c :

$$Y_c = \frac{1}{\frac{\cos 24^{\circ}07'38''}{\cos 20^{\circ}} \left(\frac{1,5}{0,559 \times 1,44} - \frac{t_{g24^{\circ}07'38''}}{1,937} \right)}$$

$$Y_c = 0,6308$$

Calculemos agora o fator de correção da tensão K_f :

Da tabela 21.1, para $\alpha = 20^{\circ}$, tiramos:

$$H = 0,18 ; J = 0,15 \text{ e } L = 0,45$$

Do gráfico 4 tiramos o valor de $r_f = 11 \text{ mm} = 0,433 \text{ pol}$

t e h como determinados anteriormente para a seção crítica. Daí temos:

$$K_f = 0,18 + \left(\frac{1,937}{0,433} \right)^{0,15} \cdot \left(\frac{1,937}{1,677} \right)^{0,45} = 1,516$$

$$\therefore K_f = 1,516$$

O grau de recobrimento axial $\epsilon\beta$, dado por:

$$\epsilon\beta = \frac{b \times \sin \beta_b}{P_{b_n}}$$

$$\epsilon\beta = 0,0235 \times b \quad (\text{como calculado para o pinhão}).$$

Fazendo a mesma análise dos valores de $\epsilon\beta$ ($\epsilon\beta > 2$ ou $\epsilon\beta < 2$) feita anteriormente para o pinhão, temos situação:

$$\epsilon\beta < 2 \quad \therefore M_N = \frac{b}{L_{\min}}$$

supondo, de maneira análoga à anterior, a largura $b = 55 \text{ mm}$, teremos caso I para $L_{\min}$

$$\text{Portanto: } L_{\min} = \frac{\left(\frac{C \cdot b}{P_b} \right) - (n_r) (n_a) \cdot (P_x)}{\cos \beta_b}$$

sendo C , P_b , n_r , n_a , P_x e β_b os mesmos encontrados para o di -

dimensionamento do pinhão, vem:

$$L_{\min} = 1,523.b - 0,2015$$

$$\therefore M_N = \frac{b}{1,523.b - 0,2015}$$

Determinemos, agora, o fator geométrico J:

$$J = \frac{0,6308 \cdot \cos^2 27^{\circ} 41' 39''}{1,516 \cdot \left(\frac{b}{1,523.b - 0,2015} \right)}$$

$$\therefore J = 0,4968 - \frac{0,0657}{b}$$

Podemos agora determinar a tensão de flexão S_t :

$$S_t = \frac{9.325,4 \cdot 3,574}{b \cdot \left(0,4968 - \frac{0,0657}{b} \right)} \cdot \frac{1,25 \cdot 1 \cdot 1,2}{1}$$

$$\therefore S_t = \frac{100.631,0}{b - 0,132}$$

Sendo o material da coroa o mesmo do pinhão, e tendo esta a mesma aplicação e as mesmas condições de trabalho do pinhão, vem:

$$S_{at} = 59.000 \text{ psi}$$

$$K_R = 1,33$$

$$K_T = 1,0$$

Para que a coroa tenha vida infinita (ou seja, maior que 10^7 ciclos) da tabela 22, tiramos $K_L = 1,0$.

Daí, temos a relação entre a tensão calculada (S_t) e a tensão admissível do material (S_{at}):

$$S_t \leq \frac{59.000 \times 1,0}{1,0 \times 1,33} = 44.361,0$$

$$\therefore \frac{100.631,0}{b - 0,132} \leq 44.361,0$$

$$\therefore b > 2,4 \text{ pol.} = 61,0 \text{ mm}$$

$$\therefore b > 61,0 \text{ mm para vida infinita.}$$

Para uma vida de 10^6 ciclos, da tabela 22, temos $K_L = 1,1$

$$\therefore S_t \leq \frac{59.000 \times 1,1}{1,0 \times 1,33} = 48.797,0$$

$$\therefore \frac{100.631,0}{b - 0,132} \leq 48.797,0$$

$$\therefore b \geq 2,19 \text{ pol.} \approx 55,7 \text{ mm}$$

$$\therefore b > 55,7 \text{ mm para uma vida de } 10^6 \text{ ciclos.}$$

Como dito anteriormente, podemos tomar $b = 56$ mm sem necessitarmos de reiterar os cálculos de $L_{\min}$; porém, a coroa suportará apenas 10^6 ciclos na condição de máxima força tangencial possível, antes que ocorra ruptura por fadiga.

Para a carga cúbica média, temos:

$$W_{tc.m} = 7.597,0 \text{ kg}$$

Para vida infinita de coroa, ou seja, $K_L = 1,0$, vem:

$$S_t = \frac{81.979,7}{b - 0,132}$$

$$e \quad S_t \leq 44.361,0$$

$$\therefore b \geq 1,98 \text{ pol.} = 50,3 \text{ mm}$$

Portanto, se tomarmos $b = 56$ mm, a coroa terá vida infinita considerando a carga cúbica média.

Obs.: Como dito anteriormente, vida infinita é uma vida maior que 10^7 ciclos.

III - Cálculo da durabilidade superficial (Pitting)

A tensão de contato entre as superfícies de dois dentes engrenados (S_c) é calculada pelaAGMA através da fórmula:

$$S_c = C_p \sqrt{\frac{W_t \cdot C_o}{C_v} \cdot \frac{C_s}{d' \cdot b} \cdot \frac{C_m \cdot C_f}{I}}$$

onde:

- C_p : coeficiente que depende das propriedades elásticas do material.

É definido como:

$$C_p = \sqrt{\frac{k}{\pi \left[\left(\frac{1 - \mu_p^2}{E_p} \right) + \left(\frac{1 - \mu_G^2}{E_G} \right) \right]}}$$

sendo

$$\begin{cases} k = 1 & \text{para engrenagens cilíndricas de dentes} \\ & \text{retos, helicoidais e espinha de peixe.} \\ k = 3/2 & \text{para engrenagens cônicas.} \end{cases}$$

μ_p e μ_G : relação de Poisson para o pinhão e coroa respectivamente. Para o aço, $\mu = 0,30$.

E_p e E_G : módulo de elasticidade do material do pinhão e da coroa respectivamente. Para o aço, $E = 30 \times 10^6$

C_p pode também ser tirado das tabelas 24 e 25 para várias combinações de material do pinhão e da coroa.

- W_t : força tangencial em libras, conforme descrita anteriormente.
- C_o : fator de sobrecarga
 C_o é tirado da tabela 26. (ver pág. 98)

Pinion Material and Modulus of Elasticity - E		Gear Material and Modulus of Elasticity			
		Steel	Cast Iron	Aluminum Bronze	Tin Bronze
		30×10^6	19×10^6	17.5×10^6	16×10^6
Steel	30×10^6	2300	2000	1950	1900
Cast Iron	19×10^6	2000	1800	1800	1750
Aluminum Bronze	17.5×10^6	1950	1800	1750	1700
Tin Bronze	16×10^6	1900	1750	1700	1650

Poisson's Ratio = 0.30

Tabela 24 - Coeficiente de elasticidade C_p para
contatos não localizados.

Pinion Material and Modulus of Elasticity - E		Gear Material and Modulus of Elasticity			
		Steel	Cast Iron	Aluminum Bronze	Tin Bronze
		30×10^6	19×10^6	17.5×10^6	16×10^6
Steel	30×10^6	2800	2450	2400	2350
Cast Iron	19×10^6	2450	2250	2200	2150
Aluminum Bronze	17.5×10^6	2400	2200	2150	2100
Tin Bronze	16×10^6	2350	2150	2100	2050

Poisson's Ratio = 0.30

Tabela 25 - Coeficiente de elasticidade C_p para
contatos localizados (engrenagens cônicas).

Power Source	Character of Load on Driven Machine		
	Uniform	Moderate Shock	Heavy Shock
Uniform	1.00	1.25	1.75 or higher
Light Shock	1.25	1.50	2.00 or higher
Medium Shock	1.50	1.75	2.25 or higher

Tabela 26 - Fator de sobrecarga C_o

Esta tabela é usada quando há uma redução de velocidade, ou seja, o torque é transmitido do pinhão para a coroa. Quando há um aumento da velocidade de rotação da engrenagem motora para a movida, deve-se adicionar $0,01 \frac{Z_G^2}{Z_P}$ aos valores

da tabela 26, onde:

Z_G : número de dentes da coroa

Z_P : número de dentes do pinhão

- C_v : fator dinâmico

o fator dinâmico depende de:

- 1) erros do perfil do dente
- 2) velocidade da linha primitiva e r.p.m.
- 3) inercia e dureza de todos os elementos rotativos
- 4) carga transmitida por polegada de face
- 5) dureza do dente
- 6) propriedades do lubrificante.

C_v pode ser tirado da figura 17, usando-se normalmente:

Curva 1: Usada para engrenagens helicoidais de alta precisão, quando os fatores listados acima não criam apreciáveis cargas dinâmicas.

Curva 2: Usada para engrenagens helicoidais de alta precisão, quando os fatores listados acima podem desenvolver pequena carga dinâmica.

Curva 3: Usada para engrenagens helicoidais de alta precisão, quando os fatores acima listados podem desenvolver moderada carga dinâmica. Esta curva é recomendada para engrenagens helicoidais comerciais.

Curva 4: Não é usada para engrenagens helicoidais; apenas para engrenagens cilíndricas de dentes retos.

- C_s : fator de tamanho

O fator C_s pode ser tomado como sendo unitário para a maioria das engrenagens helicoidais, supondo uma escolha adequada do aço da engrenagem, assim como da dureza do material.

$$\therefore C_s = 1$$

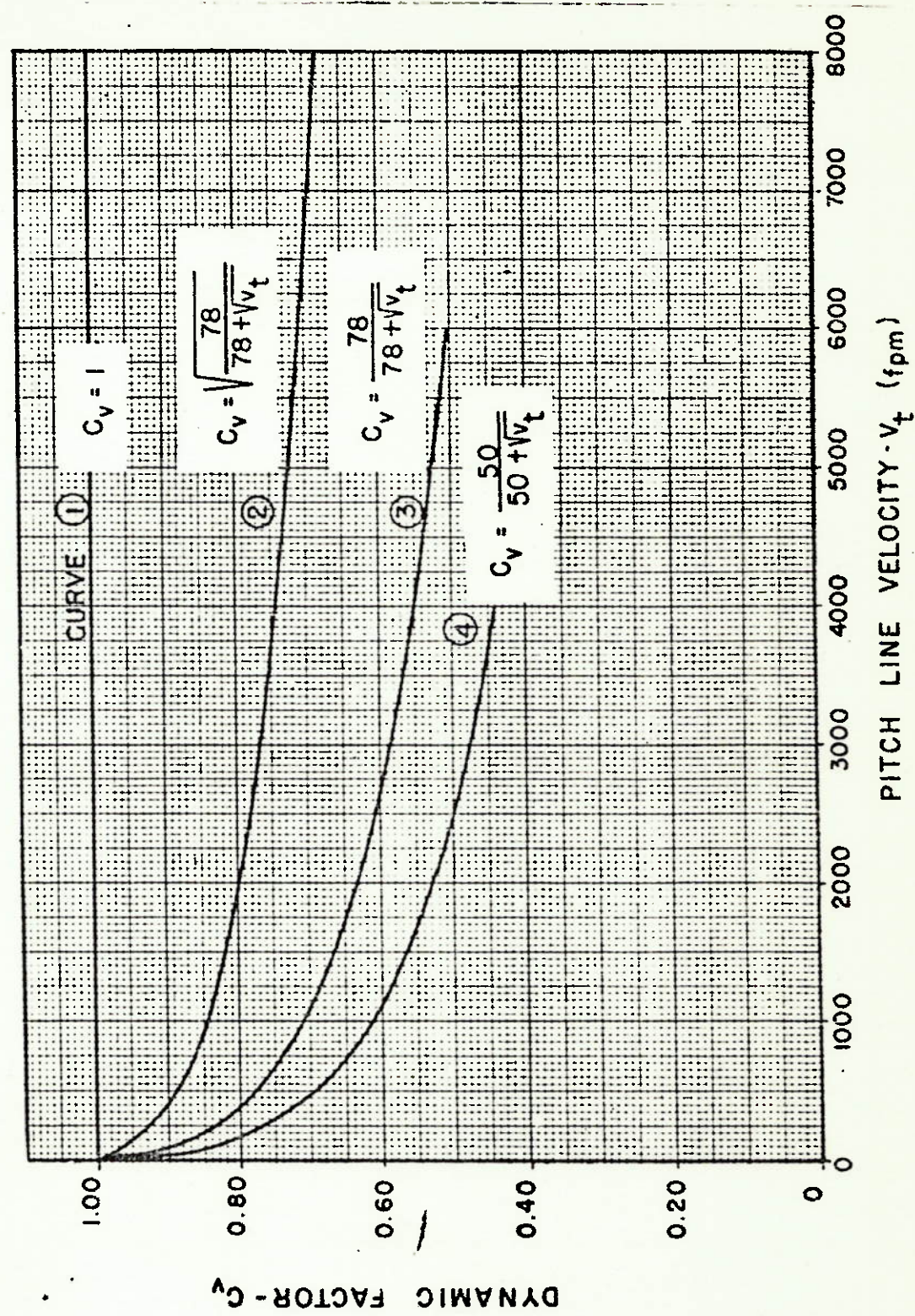


Figura 17 - Fator dinâmico C_v

- d' : diâmetro primitivo de operação do pinhão (em polegadas).

$$\therefore d' = d'_1$$

- b : largura da engrenagem em polegadas

- C_m : fator de distribuição de carga:
Pode ser dado pela tabela 27.

- C_f : fator de condição da superfície;
 C_f pode ser tomado como unitário, supondo uma boa condição de superfície.

$$\therefore C_f = 1$$

- I : fator geométrico.
O fator geométrico I é dado por:

$$I = \frac{C_c}{M_N}$$

onde:

- a) Para engrenamento externo:

$$C_c = \frac{\cos \alpha'_t \cdot \sin \alpha'_t}{2} \cdot \left[\frac{i}{i + 1} \right]$$

- b) Para engrenamento interno:

$$C_c = \frac{\cos \alpha'_t \cdot \sin \alpha'_t}{2} \cdot \left[\frac{i}{i - 1} \right]$$

sendo $\begin{cases} \alpha'_t : \text{ângulo de pressão transversal de funcionamen} \\ \text{to.} \\ i : \text{relação de transmissão.} \end{cases}$

M_N é como já definido anteriormente, ou seja,

$$\begin{aligned} \text{se } \epsilon\beta < 2 \rightarrow M_N &= \frac{b}{L_{\min}} \\ \text{se } \epsilon\beta \geq 2 \rightarrow M_N &= \frac{P_{b_n}}{0,95xC} \end{aligned}$$

com isto, podemos determinar a tensão de contato superficial S_c .

A relação entre a tensão de contato calculada (S_c) e a tensão de contato admissível (S_{a_c}) é dada por:

$$S_c \leq S_{a_c} \left[\frac{C_L \cdot C_H}{C_T \cdot C_R} \right]$$

onde:

- S_{a_c} depende:

da composição do material, das propriedades mecânicas; do número de ciclos; da temperatura; do tamanho; da tensão residual e da dureza de trabalho.

A tabela 28 nos fornece os valores de S_{a_c} , onde os valores menores são sugeridos para projetos em geral e os valores maiores para materiais de alta qualidade.

- C_L : fator de vida

C_L é tirado da figura 18

- C_H : fator de relação de dureza C_H é dado pela figura 19.

Material	Surface Hardness, Minimum	s_{ac}	Material	Surface Hardness, Minimum	s_{ac}
Steel	Through Hardened		Cast Iron		
	180 Bhn	85- 95,000	AGMA Grade 20	—	50-60,000
	240 Bhn	105-115,000	AGMA Grade 30	175 Bhn	65-75,000
	300 Bhn	120-135,000	AGMA Grade 40	200 Bhn	75-85,000
	360 Bhn	145-160,000	Nodular Iron		
	440 Bhn	170-190,000	Annealed	165 Bhn	90-100% of the s_{ac} value of
	Case Carburized		Normalized	210 Bhn	steel with
	55 R_c	180-200,000	Oil Quench and Temper	255 Bhn	the same hardness
	60 R_c	200-225,000	Bronze	Tensile Strength psi (Min.)	s_{ac}
	Flame or Induction Hardened		Tin Bronze AGMA 2C (10- 12% Tin)	40,000	30,000
	50 R_c	170-190,000	Aluminum Bronze ASTM B 148-52 (Alloy 9C-H.T.)	90,000	65,000

Tabela 28 - Valores da tensão de contato admissível (s_{ac})

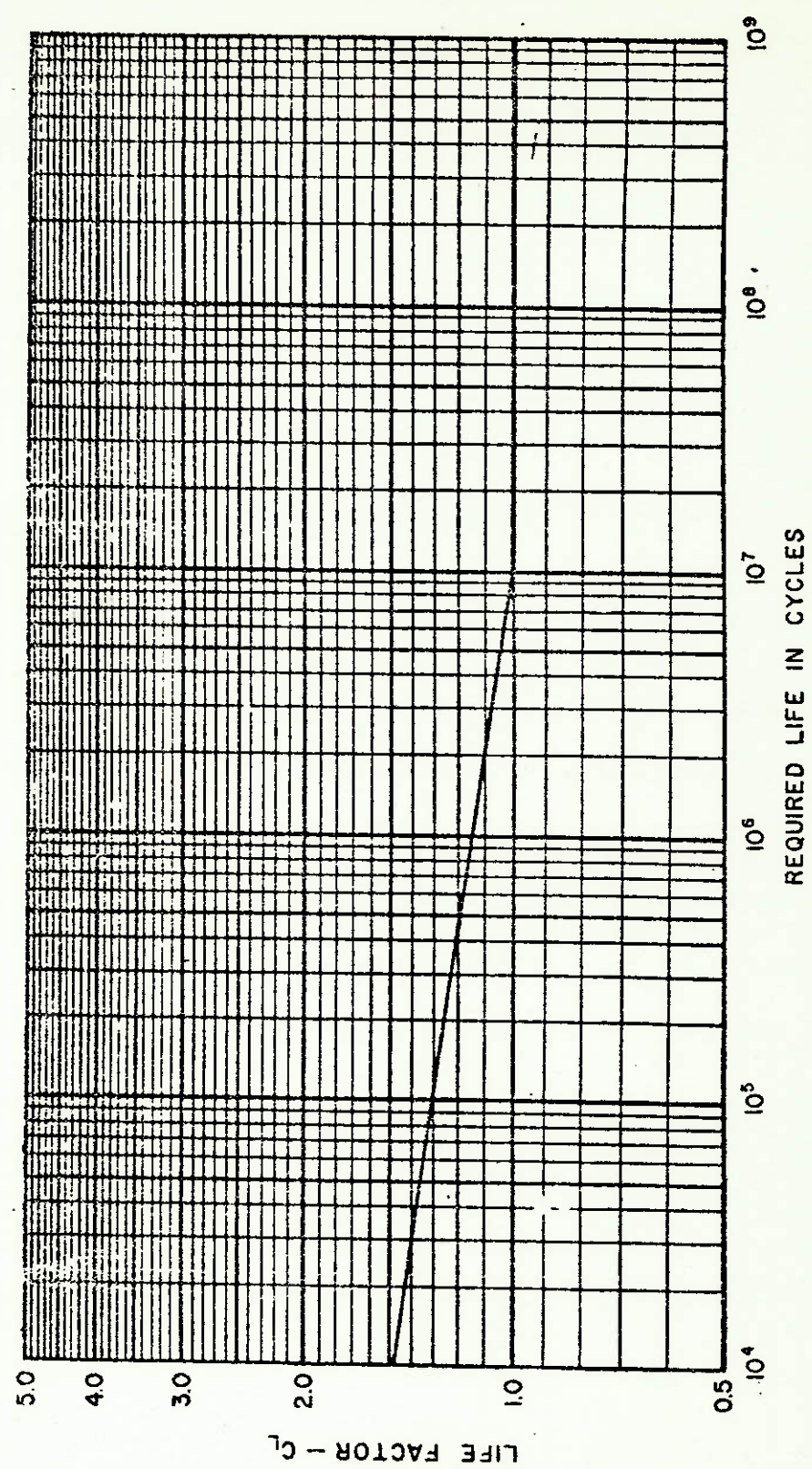


Figura 18 - Fator de vida C_L

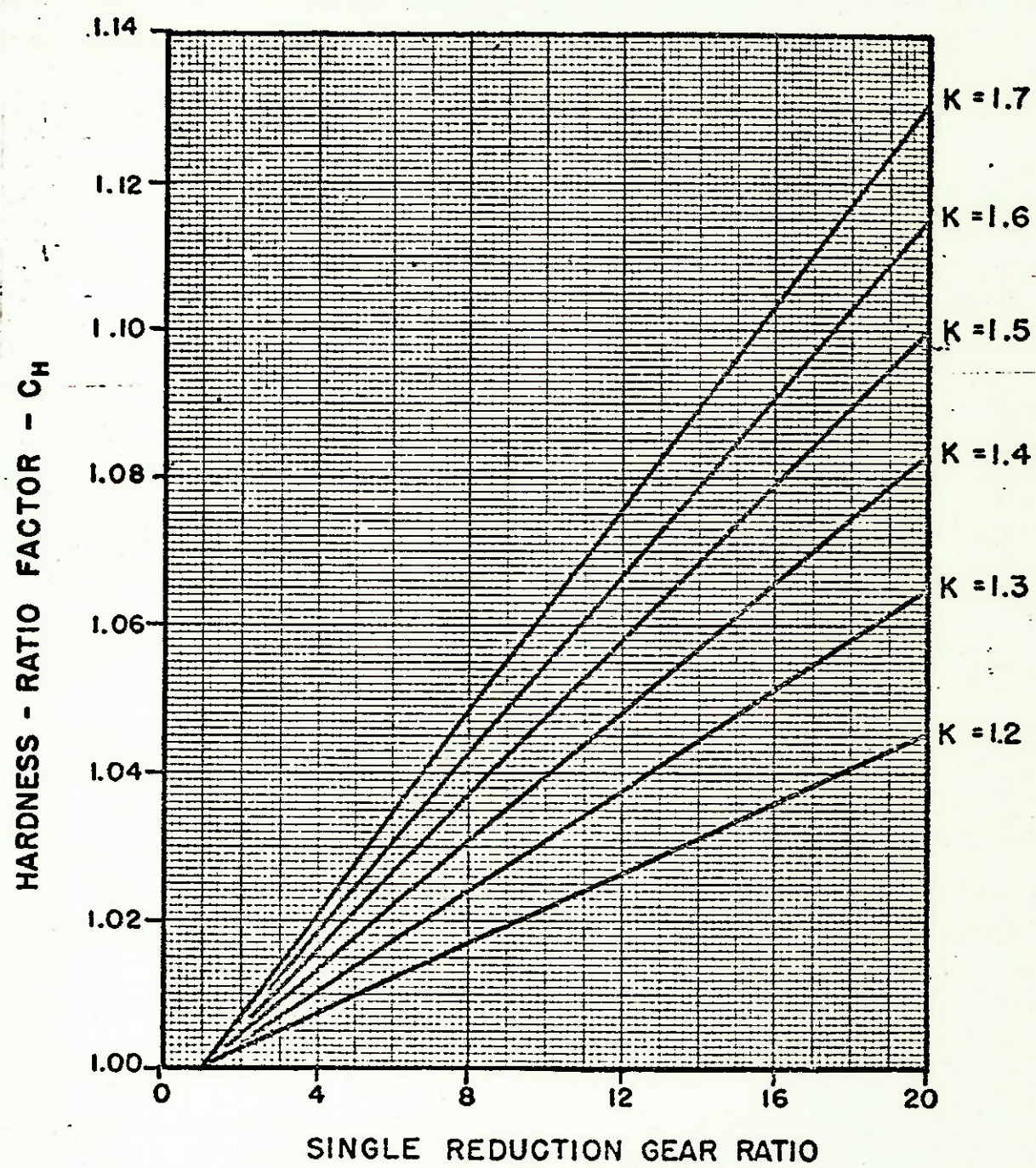


Figura 19 - Fator de relação de dureza C_H , onde

$$K = \frac{\text{Dureza Brinell do Pinhão}}{\text{Dureza Brinell da Coroa}} \quad \text{Quando } K < 1,2, \text{ use}$$

$$C_H = 1,00$$

- C_T : fator de temperatura:

É geralmente tomado como sendo unitário quando as engrenagens operam em óleo a temperaturas que não excedem 250°F (121°C).

$$\therefore C_T = 1$$

- C_R : coeficiente de segurança:

Pode ser avaliado pela tabela 29.

Para o par engrenado 23 - 30, com $\alpha = 20^{\circ}$,
 $\beta = 27^{\circ}41'39''$ e $m_n = 6,293$, temos:

sendo:

$$k = 1$$

$$\nu_P = \nu_G = 0,30$$

$$E_P = E_G = 30 \times 10^6$$

$$\therefore C_P = \sqrt{\frac{1}{\pi \left[\left(\frac{1 - 0,30^2}{30 \times 10^6} \right) + \left(\frac{1 - 0,30^2}{30 \times 10^6} \right) \right]}}$$

$$\therefore C_P = 2.290,6$$

(Obs.: da tabela 24 obteríamos $C_P = 2.300$)

Da tabela 26, tiramos $C_O = 1,25$

Requirements of Application	C_R
High Reliability	1.25 or higher
Fewer than One Failure in 100	1.00
Fewer than One Failure in Three	0.80*

Tabela 29 - Valores do coeficiente de segurança C_R , dependente do tipo de aplicação.

Da figura 17 , entrando na curva 1 tiramos
 $C_v = 1$

Da tabela (27) , tiramos, para aplicação auto motiva, $C_m = 1,25$. Sendo $d' = d'_1 = 163,465 \text{ mm} = 6,436 \text{ polegadas}$ e tomando C_s e C_f como unitários vêm:

$$S_c = 2.290,6 \cdot \sqrt{\frac{W_t \cdot 1,25}{1,0} \cdot \frac{1}{6,436 \times b} \cdot \frac{1,25 \times 1}{I}}$$

Determinemos I:

Para engrenamento externo, temos:

$$C_c = \frac{\cos 22^\circ 20' 44'' \cdot \sin 22^\circ 20' 44''}{2} \cdot \left[\frac{1,304}{1 + 1,304} \right]$$

$$\therefore C_c = 0,0995$$

M_N como já calculado anteriormente, ou seja:

$$M_N = \frac{b}{1,523 \cdot b - 0,2015}$$

$$\text{Portanto: } I = \frac{0,0995 (1,523b - 0,2015)}{b}$$

$$I = 0,1515 - \frac{0,020}{b}$$

Para a situação de máxima força tangencial, ou seja,
 $W_t = F_T = 9.325,4 \text{ lbf}$, vem:

$$S_c = 2.290,6 \sqrt{\frac{9.325,4 \times 0,2428}{b \times \left[0,1515 - \frac{0,020}{b} \right]}}$$

$$\therefore S_c = 2.290,6 \sqrt{\frac{2.264,21}{0,1515b - 0,020}}$$

- Da tabela (28), sendo nosso material aço com uma dureza de 60 R_c, tomemos $S_{a_c} = 220.000 \text{ psi}$
- Da figura (18) , para vida infinita, ou seja, maior que 10^7 ciclos, tiramos $C_L = 1,0$
- Da figura (19) , sendo a dureza do pinhão igual a da coroa, $C_H = 1$.
- Podemos tomar $C_T = 1$
- Da tabela (29) , para uma aplicação de confiança, tiramos $C_R = 1,25$.

Podemos então escrever a relação:

$$S_c \leq 220.000 \left[\frac{1,0 \times 1,0}{1,0 \times 1,25} \right] = 176.000$$

Portanto, temos:

$$2.290,6 \sqrt{\frac{2.264,21}{0,1515b - 0,020}} \leq 176.000$$

$$\therefore \frac{14.945,28}{b - 0,132} \leq 5.903,7$$

$$\therefore b \geq 2,66 \text{ pol.} = 67,6 \text{ mm}$$

Como consideramos esta largura exagerada, determinemos a largura que a engrenagem deverá ter para suportar 10^6 ciclos sem ocorrer pitting, ou seja, 46 horas de funcionamento - na condição de máxima força tangencial (3ª marcha à 2100 r.p.m.)

Da figura (18) , para uma vida de 10^6 ciclos , tiramos $C_L = 1,15$

$$\therefore S_c \leq 220.000 \cdot \frac{1,15 \times 1,0}{1,0 \times 1,25} = 202.400$$

$$\therefore \frac{14.945,28}{b - 0,132} \leq 7.807,69$$

$$\text{onde } b > 2,046 \text{ pol.} = 52 \text{ mm}$$

Portanto, se tomarmos a largura da engrenagem $b=55\text{mm}$, teríamos uma vida de pouco mais que 10^6 ciclos, o que confere - com o resultado encontrado pelo processo Maag.

2.4.3 - PROCESSO DOBROVOLSKI

I - Dimensões Geométricas Principais

$$\begin{aligned}
 a &= 188,34 \text{ mm} \\
 \alpha &= 20^\circ \\
 Z_1 &= 23 \\
 Z_2 &= 30 \\
 \beta &= 27^\circ 41' 39''
 \end{aligned}$$

Dobrovolski recomenda utilizarmos as grandezas relativas à secção transversal

- módulo:

$$m = 7,107$$

- coeficientes de correção:

$$\epsilon_1 = -\epsilon_2 = x_1 \times \cos \beta = 0,181 \times \cos \beta = 0,160; x_1 = \epsilon_n$$

- coeficiente de adendo:

$$f_o = 1,25 \times \cos \beta = 1,107$$

- coeficiente de dedendo:

$$c_o = 0,25 \times \cos \beta = 0,221$$

Daí vem:

a) diâmetros primitivos: ($d = z \times m$)

$$\begin{aligned}
 \text{pinhão: } d_1 &= 163,461 \text{ mm} \\
 d_z &= 213,210 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

b) diâmetros de cabeça:

$$D_s = d + 2 (f_o + \epsilon_n) \times m_n$$

$$D_{s_1} = 163,461 + 2(1,107 + 0,181) \times 7,107 \times \cos (27^{\circ}41'39'')$$

$$D_{s_1} = 179,67 \text{ mm}$$

Analogamente:

$$D_{s_2} = 224,86 \text{ mm}$$

- diâmetros de pé:

$$D_i = d - 2 (f_o + c_o - \epsilon_n) m_n$$

$$D_{i_1} = 163,461 - 2(1,107 + 0,221 - 0,181) \times 6,293$$

$$D_{i_1} = 149,02 \text{ mm}$$

Analogamente:

$$D_{i_2} = 194,22 \text{ mm}$$

II - Forças que Atuam nas Engrenagens

De acordo com a Figura 20 a seguir, tiramos:

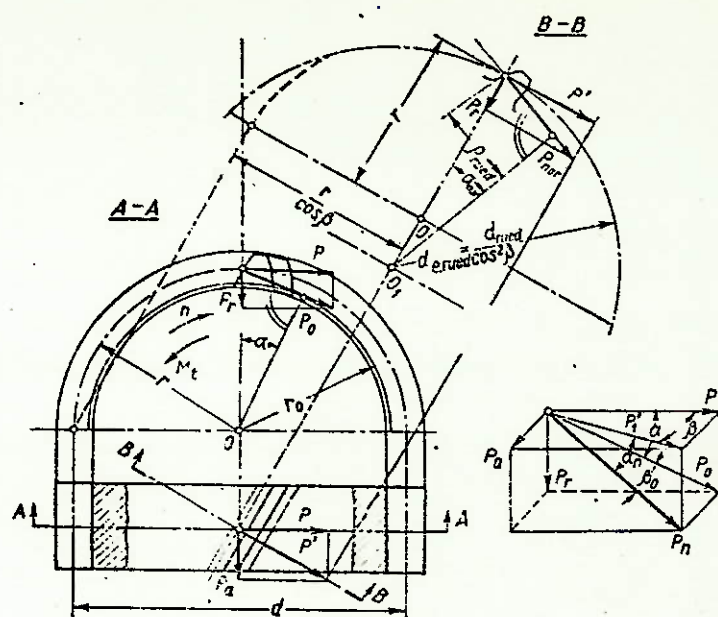


Figura 20

À Força total denominamos P_o . Daí:

- Força circunferencial (P):

$$P = P_o \cos \alpha$$

- Força normal (P_n):

$$P_n = \frac{P_o}{\cos \beta_o}$$

- Força axial (P_a):

$$P_a = P \operatorname{tg} \beta$$

- Força radial (P_r):

$$P_r = P_o \operatorname{sen} \alpha$$

onde β_o pode ser determinado por:

$$\operatorname{tg} \beta_o = \frac{P_a}{P_o} = \frac{P \operatorname{tg} \beta}{P / \cos \alpha} = \operatorname{tg} \beta \cos \alpha$$

$$\beta_o = 26^{\circ}15'14''$$

Utilizando $P = 4230 \text{ k}_p$, força conseguida em 3ª marcha (máxima, segundo slip-torque; $\tilde{a}$ potência máxima) vem:

$$P_o = 4501,5 \text{ k}_p$$

$$P_a = 2220,3 \text{ k}_p$$

$$P_n = 5019,3 \text{ k}_p$$

$$\text{e } P_r = 1539,5 \text{ k}_p$$

III - Carga Calculada Específica q_p

O valor da carga específica, ou seja, a carga que recai sobre a unidade de comprimento das linhas de contato, admitindo-a uniformemente distribuída, se determina pela expressão:

$$q = \frac{P_n}{L}$$

L é calculado, por medida de segurança, como $L_{\min}$ segundo

$$L_{\min} = \frac{B \epsilon \lambda}{\cos \beta_o}$$

sendo que a constante λ para engrenagem cilíndrica de dentes helicoidais deve valer $\lambda = 0,95$; B é a largura da engrenagem e ϵ é o grau de recobrimento do engrenamento.

A carga específica real será calculada, levando-se em consideração a carga irregularmente distribuída, por

$$q_{\text{máx}} = k \cdot q$$

onde k é o coeficiente máximo de concentração de carga (ao longo da linha de contato) e é dado por

$$k = k_c \cdot k_s$$

k_s dá a relação entre a carga obtida no polo (q_n) e a carga q calculada anteriormente

$$k_s = \frac{q_n}{q} \quad (\text{ver figura 21})$$

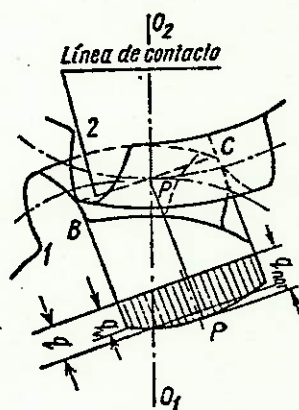


Figura 21

e k_c a relação entre a máxima carga específica observada, ao longo da linha de contato e a carga média

$$k_c = \frac{q_{\text{máx}}}{q}$$

Da tabela 30, em função de $\psi = \frac{B}{d_1}$ tiramos k_c

TABELA 30

Valores límite de la relación $\frac{B}{d_{pin}}$ para las transmisiones con dientes oblicuos y bihelicoidales

Instalación de los cojinetes	Disposición de las ruedas dentadas con relación a los cojinetes	Carga suficientemente constante	Carga inconstante
Cojinetes en una armazón rígida común	Sin consola	2	1,6
	De consola, siquiera una rueda	0,9	0,8

Escolhemos $B = 100$ mm inicialmente, ou seja, $\psi = 1,6$, devido as condições de mancais montados rigidamente, engrenagens deslizantes e carga não constante. (Ver tabela 31).

Coeficiente de concentración k_c

$\psi_{in} = \frac{B}{d_{pin}} = \psi \frac{(i+1)}{2}$ ($\psi = \frac{B}{A}$)	Disposición simétrica de los cojinetes cerca de las ruedas dentadas	Piñón dispuesto asimétricamente con relación a los cojinetes		Piñón dispuesto sobre consola
		Arbol muy rígido	Arbol menos rígido	
0,2	1	1	1,05	1,15
0,4	1	1,04	1,10	1,22
0,6	1,03	1,08	1,16	1,32
0,8	1,06	1,13	1,22	1,45
1,0	1,10	1,18	1,29	—
1,2	1,14	1,23	1,36	—
1,4	1,19	1,29	1,45	—
1,6	1,25	1,35	1,55	—

TABELA 31

Assim k_c foi escolhido como 1,35.

Essa largura escolhida será verificada após o cálculo de resistência, fazendo as reiteraões necessárias em virtude das modificações.

Como se tem cargas variáveis:

$$k_c = \frac{k_c + 1}{2} = \frac{1,35 + 1}{2} = 1,18$$

Finalmente a "carga calculada específica" q_p é dada por:

$$q_p = q_{\max} \cdot k_d$$

onde k_d é o coeficiente de carga dinâmica. k_d é tirado da tabela 32, em função da qualidade da engrenagem e de sua velocidade periférica.

TABELA 32

Coeficiente de la carga dinámica k_d para las ruedas de dientes oblicuos

Grado de exactitud	Dureza de la superficie de los dientes de la rueda HB	Velocidad periférica v, en m/seg				
		< 3	3-8	8-12	12-18	18-25
6	≤ 350	—	1	1,1	1,2	1,4
	> 350	—	1	1	1,1	1,2
7	≤ 350	1	1	1,2	1,3	1,5
	> 350	1	1	1,1	1,2	1,3
8	≤ 350	1,1	1,3	1,4	—	—
	> 350	1,1	1,2	1,3	—	—
9	≤ 350	1,2	1,4	—	—	—
	> 350	1,2	1,3	—	—	—

Uma vez que a engrenagem tem qualidade 7 e dureza HB > 350, tiramos $k_d = 1$ pois:

$$v = \frac{\pi \times d_1 \times n_1}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 163,461 \times 473}{60000} = 4,05 \text{ m/s}$$

$$\text{onde } n_1 = \frac{2100}{5,79} \times \frac{30}{23} = 473 \text{ rpm}$$

O coeficiente k_s pode ser obtido se usarmos o valor médio adotado para expressão

$$\frac{\cos \beta \cdot k_s}{\epsilon \lambda \sin 2\alpha} = 1,15$$

$$k_s = \frac{1,15 \times 1,37 \times 0,95 \times \sin 40^\circ}{\cos (27^\circ 41' 39'')} = 1,09$$

Daí

$$q_p = \frac{P_n}{L} \cdot k_s \cdot k_d \cdot k_c$$

ou seja

$$q_p = \frac{P_o}{\beta \epsilon \lambda} k_s \cdot k_d \cdot k_c$$

$$q_p = \frac{4501,5 \times 1,09 \times 1,0 \times 1,18}{10 \times 1,37 \times 0,95} = 444,9 \text{ kp/cm}$$

IV - Cálculo da Resistência Devida ao Contato dos Dentes

$$\sigma_{\text{máx}} = 0,418 \sqrt{\frac{Eq_p}{\rho}}$$

onde ρ = raio reduzido de curvatura dos perfis na secção normal.

Uma vez que na secção perpendicular à direção dos dentes helicoidais podemos, por analogia, fazer que o perfil do dente nesta secção coincida com o perfil de dente reto de módulo m_n em uma roda cilíndrica de raio igual ao raio de curvatura da elipse neste lugar.

$$d_{eq1} = \frac{d_1}{\cos^2 \beta} = 208,495 \text{ mm}$$

$$d_{eq2} = \frac{d_2}{\cos^2 \beta} = 271,950 \text{ mm}$$

Desse modo:

$$\rho_1 = \frac{d_{eq1}}{2} \sin \alpha_n \quad \rho_2 = \frac{d_{eq2}}{2} \sin \alpha_n$$

$$\text{onde } \alpha_n = \arcsin (\cos \beta_o \cdot \sin \alpha)$$

$$\therefore \alpha_n = 17^\circ 51' 46''$$

$$\therefore \rho_1 = 31,98$$

$$\therefore \rho_2 = 41,71$$

$$\therefore \rho = \frac{\rho_1 \times \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = 18,10$$

$$\sigma = 0,418 \sqrt{\frac{2,1 \times 10^6 \times 444,9}{18,10}}$$

$$\sigma = 3003,16 \text{ kg/cm}^2$$

Em função disso vamos recalcular o valor da largura da engrenagem:

$$q_B \propto \frac{1}{\beta}$$

$$q_B = 444,9 \text{ pode assumir o valor}$$

$$q_p = 444,9 \times \left(\frac{4200}{3003,16} \right)^2 = 870,17$$

Portanto B pode assumir

$$B = 100 \times \frac{444,9}{870,17} = 51,13 \text{ mm}$$

V - Cálculo dos Dentes à Flexão

O valor da tensão devido a esse esforço é calculado por:

$$\sigma_{flex} = \frac{q_p \cdot x}{m_n \cdot y}$$

onde o coeficiente de forma x é dado por:

$$x = \cos^2 \beta = 0,784$$

e y é tirado das tabelas 33 e 34, em função do número de dentes equivalentes Z_{eq} , do coeficiente de correção ϵ , para engrenagem movida e motora.

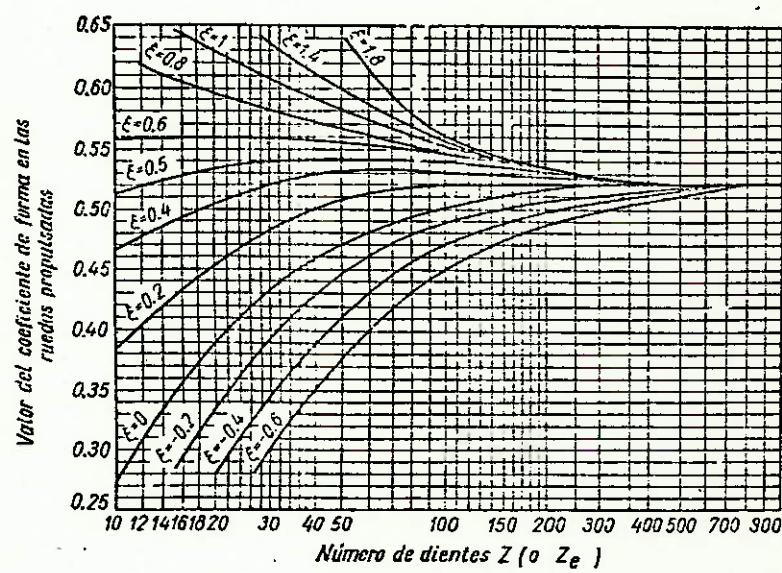


Tabela 33
(movida)

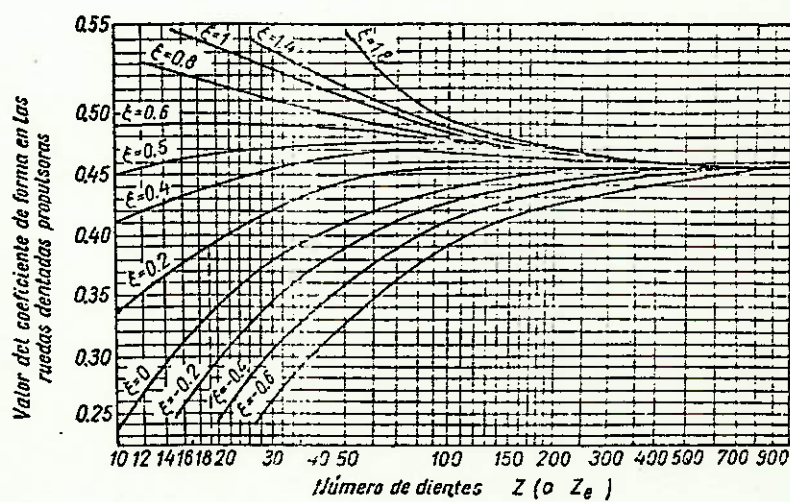


Tabela 34
(motora)

Z_{eq} é dado por:

$$Z_{eq} = \frac{Z}{\cos^3 \beta}$$

∴ para o pinhão temos $Z = 23$; $Z_{eq} = 33,13$; $\epsilon_1 = 0,160$

$$\therefore y_1 = 0,48$$

para a coroa $Z = 30$; $Z_{eq} = 43,22$ e $\epsilon_2 = 0,160$

$$\therefore y_2 = 0,44$$

Daí, para o pinhão (movido)

$$\sigma_{flex} = \frac{444,9 \times 0,784}{0,6293 \times 0,48} = 1164,7 \text{ kg/cm}^2$$

e para a coroa (motora)

$$\sigma_{flex} = \frac{444,9 \times 0,784}{0,6293 \times 0,44} = 1270,6 \text{ kg/cm}^2$$

∴ largura admissível para o coroa $\sigma \propto \frac{1}{B}$

$$\frac{4200}{1270,6} = \frac{100}{B} \quad \therefore B \geq 30,25 \text{ mm}$$

Se adotarmos coeficientes de segurança 1,33, como nos outros processos:

$$B \geq 40,23 \text{ mm}$$

VI - Determinação do Rendimento do Par

$$\eta = \frac{N}{N + P}$$

$$P = \frac{\eta \epsilon f}{2} \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right) \cdot N$$

onde f é o coeficiente da transmissão e $N = 228,5$ C.V. (potência de slip-torque)

$$\therefore P = \frac{\pi \times 1,37 \times 0,075}{2} \left(\frac{1}{23} + \frac{1}{30} \right) \times 228 = 2,83 \text{ C.V.}$$

$$\eta = \frac{228}{230,83} = 0,98$$

2.4.4 - CÁLCULO GEOMÉTRICO DE UM PAR NORMALIZADO

Tendo em vista o módulo não normalizado do par calculado anteriormente, bem como seu ângulo de hélice não usual, sugerimos o seguinte par:

$$Z_1 = 23; Z_2 = 30$$

$$a' = 188,34 \text{ mm}$$

$$\beta = 28^\circ$$

$$m = 6,25$$

$$\alpha = 20^\circ$$

$$\text{adendo} = 1,00 \text{ m}$$

$$\text{dedendo} = 1,25 \text{ m}$$

Daí vem:

a) TABELA 35 - Valores de referência (de usinagem)

CARACTERÍSTICA	FÓRMULA	VALOR
Relação de multiplicação	$i = \frac{Z_2}{Z_1}$	$i = \frac{30}{23} 1,304$
Diâmetros de referência	$d_1 = \frac{Z_1 \cdot m}{\cos \beta}$	$d_1 = 162,807 \text{ mm}$
	$d_2 = \frac{Z_2 \cdot m}{\cos \beta}$	$d_2 = 212,357 \text{ mm}$
Distância entre centros de referências	$a_o = \frac{d_1 + d_2}{2}$	$a_o = 187,582 \text{ mm}$
Ângulo de hélice de base	$\text{sen} \beta_b = \text{sen} \beta \cos \alpha$	$\beta_b = 26^\circ 10' 40''$
Diâmetros de base	$db_1 = Z_1 \cdot m \frac{\cos \alpha}{\cos \beta_b}$	$db_1 = 150,520 \text{ mm}$
	$db_2 = Z_2 \cdot m \frac{\cos \alpha}{\cos \beta_b}$	$db_2 = 196,330 \text{ mm}$
Passo de base normal	$pb_n = \pi m \cos \alpha$	$pb_n = 18,451 \text{ mm}$
Passo de base transversal	$pb_t = \pi m \frac{\cos \alpha}{\cos \beta_b}$	$pb_t = 20,560 \text{ mm}$
Ângulo de pressão na secção transversal	$\text{tg} \alpha_t = \frac{\text{tg} \alpha}{\cos \beta}$	$\alpha = 22^\circ 24' 09''$

b) TABELA 36 - Valores de Trabalho

CARACTERÍSTICA	FÓRMULA	VALOR
Módulo transversal	$m_t' = \frac{2a'}{z_1 + z_2}$	$m_t' = 7,107 \text{ mm}$
Diâmetros primitivos	$d_1' = z_1 m_t'$	$d_1' = 163,465 \text{ mm}$
	$d_2' = z_2 m_t'$	$d_2' = 213,215 \text{ mm}$
Ângulo transversal de pressão	$\cos \alpha_t' = \frac{db_1 + db_2}{2}$	$\alpha_t' = 22^\circ 57' 20''$
Ângulo de hélice	$\operatorname{tg} \beta' = \operatorname{tg} \beta \cdot \frac{a'}{a}$	$\beta' = 28^\circ 05' 45''$
Módulo normal	$m_n' = m_t' \cos \beta'$	$m_n' = 6,270$

c) Determinação dos coeficientes de correção

$$x_1 + x_2 = \frac{z_1 + z_2}{2} \cdot \frac{\operatorname{ev} \alpha_t' - \operatorname{ev} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{23+30}{2} \cdot \frac{\operatorname{ev}(22^\circ 57' 20'') - \operatorname{ev}(22^\circ 24' 09'')}{\operatorname{tg} 20^\circ} = 0,123$$

Da figura 6 para $k_f = 0,82$ tiramos:

$$x_1 = 0,123$$

$$x_2 = 0$$

d) No cálculo das dimensões principais do engrenamento com correção, obtemos:

- Diâmetro de raiz

$$d_{s_1} = d_1 - 2m(1,25 - x_1) \therefore d_{s_1} = 148,720 \text{ mm}$$

$$d_{s_2} = d_2 - 2m(1,25 - x_2) \therefore d_{s_2} = 196,732 \text{ mm}$$

- Diâmetros de cabeça

$$d_{a1} = 2a' - d_{s2} - 2 \times 0,25 \text{ mm} \therefore d_{a1} = 176,845 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = 2a' - d_{s1} - 2 \times 0,25 \text{ mm} \therefore d_{a2} = 224,835 \text{ mm}$$

e) TABELA 37 - Verificação das condições de deslizamento

CARACTERÍSTICA	FÓRMULA	VALOR
Ângulo de pressão de cabeça	$\cos \alpha_{a1} = \frac{d_b}{d_{a1}}$	$\alpha_{a1} = 31^{\circ}39'50''$
	$\cos \alpha_{a2} = \frac{d_b}{d_{a2}}$	$\alpha_{a2} = 29^{\circ}09'55''$
Parâmetros μ	$\mu_1 = \frac{i+1}{i} \left(1 - \frac{\tan \alpha_t'}{\tan \alpha_{a1}} \right)$	$\mu_1 = 0,553$
	$\mu_2 = (i+1) \left(1 - \frac{\tan \alpha_t'}{\tan \alpha_{a2}} \right)$	$\mu_2 = 0,556$
Coeficientes específicos de deslizamento	$\gamma_1 = \frac{\mu_1}{1-\mu_1}$	$\gamma_1 = 1,23$
	$\gamma_2 = \frac{\mu_2}{1-\mu_2}$	$\gamma_2 = 1,25$

Através da análise dos números obtidos, introduzidos nas figuras do processo Maag, para verificação das boas condições de contato do dente, concluímos que estas engrenagens funcionam em condições satisfatórias de deslizamento em baixas velocidades (ver figura 22).

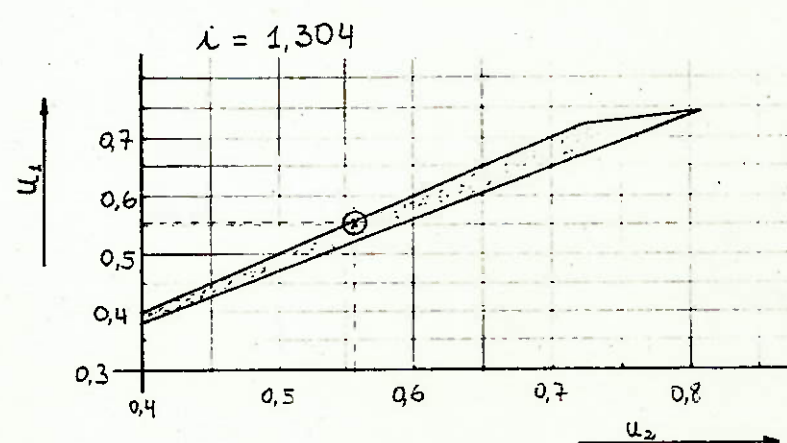


Figura 22

f) Outros valores geométricos da engrenagem proposta

CARACTERÍSTICA	FÓRMULA	VALOR
$Z_1 = 23$	$\epsilon\alpha_1 = \frac{Z_1}{2\pi}(\text{tg}\alpha_{a1} - \text{tg}\alpha')$	$\epsilon\alpha_1 = 0,707$
$Z_2 = 30$	$\epsilon\alpha_2 = \frac{Z_2}{\pi}(\text{tg}\alpha_{a2} - \text{tg}\alpha')$	$\epsilon\alpha_2 = 0,642$
total	$\epsilon\alpha_2 = \epsilon\alpha_1 + \epsilon\alpha_2$	$\epsilon\alpha = 1,349$

- Medida W

Vamos adotar o mesmo procedimento do item 2.4.1.1 f.

- Pinhão ($Z = 23$; $x_1 = 0,123$)

Da figura 7 vem, $K_1 = 4$

Da tabela 15, $K_4 = 10,33246$ para $\alpha = 20^\circ$ e $k_1 = 4$

Da tabela 16, $K\beta_1 = 0,019944$ para $\beta = 28^\circ$

$$W_{k_1} = (K_{k_1} + K\beta_1 Z + 2 \cdot x_1 \text{ sen } \alpha) \cdot m$$

$$W_4 = (10,33246 + 0,019944 \times 23 + 2 \times 0,123 \times \text{sen } 20^\circ) \times 6,25$$

$$W_4 = 67,971 \text{ mm}$$

- Coroa ($Z = 30$; $x_2 = 0$)

Da figura 7 vem $k_2 = 5$

Da tabela 15, $K_5 = 13,28459$ para $\alpha = 20^\circ$ e $k_2 = 5$

Da tabela 16, $K\beta_2 = 0,019944$

$$W_{k_2} = (K_{k_2} + K\beta_2 Z + 2 x_2 \text{ sen } \alpha) \cdot m$$

$$W_{k_2} = (13,28459 + 0,019944 \cdot 30 + 0) \cdot 6,25$$

$$W_{k_2} = 86,768 \text{ mm}$$

- Tolerâncias limites na medida W (Δj_n)

Para $m = 6,25$ e $a' = 188,340$, do nomograma da figura 8, j_n varia de $-0,19$ a $-0,27$ para o par, portanto:

$$\begin{aligned} \text{Pinhão: } \Delta j_n &= \frac{j_n}{2} & -0,095 \\ W_4 &= 67,971 & -0,135 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Coroa: } \Delta j_n &= \frac{j_n}{2} & -0,095 \\ W_5 &= 86,768 & -0,135 \end{aligned}$$

2.4.5 CÁLCULO DE RESISTÊNCIA DO PAR NORMALIZADO:
 (m = 6,25, $\beta = 28^\circ$, $\alpha = 20^\circ$ e $x_1 = 0,123$ e
 $x_2 = 0$)

Faremos os cálculos do par normalizado pelo processo Maag.

I. Cálculo da Tensão de Flexão:

Faremos apenas pelo processo gráfico (uma vez que, como vimos, os processos gráficos e analíticos apresentam resultados bastante próximos, como era de se esperar).

a. Para o Pinhão

Dos programas para o traçado do perfil de evolvente e da -
 trocói de fundo, traçamos o perfil do dente do pinhão norma-
 lizado (listagens 7 e 8 e gráfico 5).

Do gráfico 5, tiramos:

$$\frac{S_x}{2 \cdot \cos \beta_0} = 7,3 \text{ mm} \rightarrow S_x = 7,3 \cdot 2 \cdot \cos 28^\circ$$

$$\therefore S_x = 12,9 \text{ mm}$$

$$e_x = 10,2 \text{ mm}$$

Para os mesmos valores de K usados anteriormente, temos
 $K = 1,5$.

$$\text{sendo } w^* = \frac{F_T}{b} \quad \text{e} \quad \begin{cases} \epsilon \alpha = 1,349 & \text{vem:} \\ \alpha'_t = 22^\circ 57' 20'' \end{cases}$$

1. ***
23. ***

6.570 ***
-6.467 ***
6.987 ***
-6.469 ***

6.927 ***
-5.141 ***
6.944 ***
-5.143 ***

6.743 ***
-3.803 ***
6.760 ***
-3.805 ***

6.452 ***
-2.459 ***
6.473 ***
-2.460 ***

6.100 ***
-1.116 ***
6.118 ***
-1.111 ***

5.665 ***
0.241 ***
5.683 ***
0.240 ***

5.161 ***
1.594 ***
5.180 ***
1.592 ***

4.594 ***
2.945 ***
4.613 ***
2.944 ***

3.965 ***
4.295 ***
3.985 ***
4.294 ***

3.278 ***
5.641 ***
3.287 ***
5.640 ***

2.532 ***
6.983 ***
2.552 ***
6.982 ***

Listagem 7

9.3571 ***
-7.7652 ***
18.6742 ***

3.2287 ***
-7.3568 ***
16.4575 ***

7.5448 ***
-6.7618 ***
15.0896 ***

7.1766 ***
-6.3227 ***
14.3532 ***

6.9792 ***
-5.3389 ***
13.9565 ***

6.8829 ***
-4.8247 ***
13.7658 ***

6.8662 ***
-3.8594 ***
13.7324 ***

6.9209 ***
-3.0311 ***
13.8419 ***

7.0469 ***
-2.1346 ***
14.0938 ***

7.2471 ***
-1.1656 ***
14.4943 ***

1.
23.

Listagem 8

Q do dente

GRÁFICO 5

(ENGRENAGEM 1.)

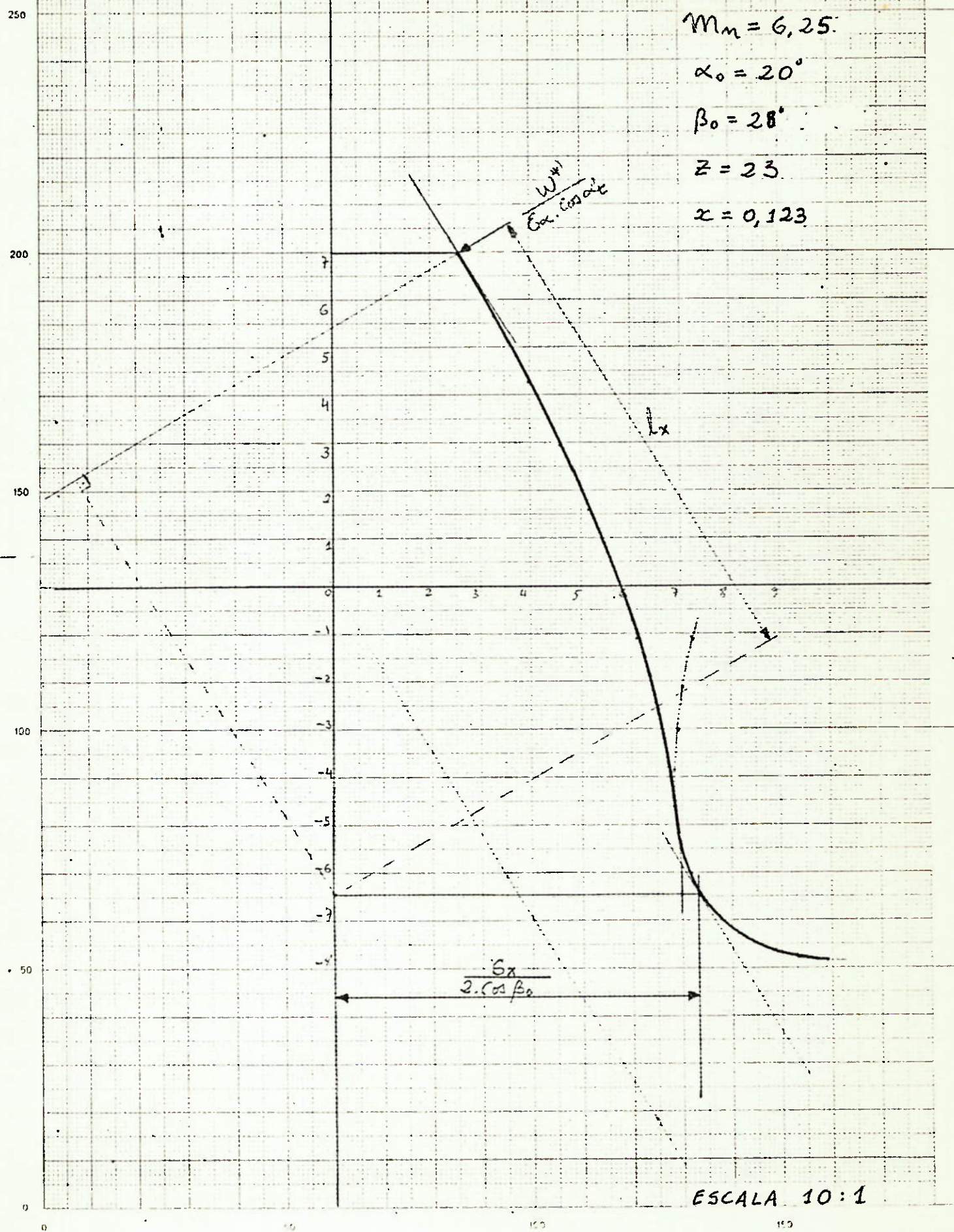
$$m_m = 6,25$$

$$\alpha_0 = 20^\circ$$

$$\beta_0 = 28^\circ$$

$$Z = 23$$

$$x = 0,123$$



$$\sigma_f = 6 \cdot \frac{F_T}{b \cdot 1,349 \cdot \cos 22^\circ 57' 20''} \cdot \frac{10,2}{12,9^2} \cdot 1,5$$

Para a condição de máxima força tangencial possível (3ª marcha à 2100 r.p.m.) temos:

$$F_{T\max} = 4.230 \text{ kgf}$$

$$\therefore \sigma_f = \frac{1.878,5}{b} \text{ (kgf/mm}^2\text{)}$$

Sendo esta engrenagem do mesmo material da anterior, para que tenha vida infinita, devemos ter

$$\sigma_{f\lim} = 42 \text{ kg/mm}^2$$

$$\text{Daí, } b \geq \frac{1.878,5}{42} = 44,7 \text{ mm}$$

$$\therefore b > 44,7 \text{ mm}$$

Para a carga cúbica média, temos: $F_T = 3.446 \text{ kgf}$.

Portanto:

$$\sigma_f = \frac{1.530,4}{b} \text{ (kgf/mm}^2\text{)}$$

daí, para vida infinita, deveremos ter:

$$b \geq \frac{1.530,4}{42} = 36,4 \text{ mm}$$

$$\therefore b > 36,4 \text{ mm}$$

b. Para a Coroa

O perfil do dente da coroa normalizada é mostrado no gráfico 6 (os pontos obtidos estão mostrados nas listagens 9 e 10).

Deste gráfico, tiramos:

$$\frac{S_x}{2 \cdot \cos \beta_o} = 7,4 \rightarrow S_x = 7,4 \cdot 2 \cdot \cos 28^\circ$$

$$\therefore S_x = 13,1 \text{ mm}$$

$$e \quad l_x = 10,4 \text{ mm}$$

sendo:

$$K = 1,5 \text{ (como determinado anteriormente)}$$

$$\epsilon \alpha = 1,349$$

$$\alpha'_t = 22^\circ 57' 20''$$

$$\text{vem: } \sigma_f = 6 \cdot \frac{F_T}{b \cdot 1,349 \cdot \cos 22^\circ 57' 20''} \cdot \frac{10,4}{13,1^2} \cdot 1,5$$

2. ***
30. ***

7.160 ***
-8.275 ***
7.179 ***
-8.276 ***

7.102 ***
-6.842 ***
7.121 ***
-6.843 ***

6.904 ***
-5.399 ***
6.924 ***
-5.400 ***

6.613 ***
-3.951 ***
6.633 ***
-3.953 ***

6.243 ***
-2.500 ***
6.263 ***
-2.501 ***

5.803 ***
-1.047 ***
5.823 ***
-1.048 ***

5.298 ***
0.407 ***
5.318 ***
0.405 ***

4.732 ***
1.860 ***
4.752 ***
1.859 ***

4.107 ***
3.312 ***
4.128 ***
3.311 ***

3.427 ***
4.751 ***
3.448 ***
4.766 ***

2.692 ***
6.207 ***
2.714 ***
6.206 ***

Listagem 9

2.
30.

9.4823 ***
-8.4197 ***
18.9647 ***

8.2464 ***
-7.9702 ***
16.4927 ***

7.5339 ***
-7.2430 ***
15.0679 ***

7.1638 ***
-6.4917 ***
14.3276 ***

6.9640 ***
-5.7145 ***
13.9260 ***

6.8694 ***
-4.8766 ***
13.7389 ***

6.8600 ***
-3.9556 ***
13.7200 ***

6.9325 ***
-2.9402 ***
13.8650 ***

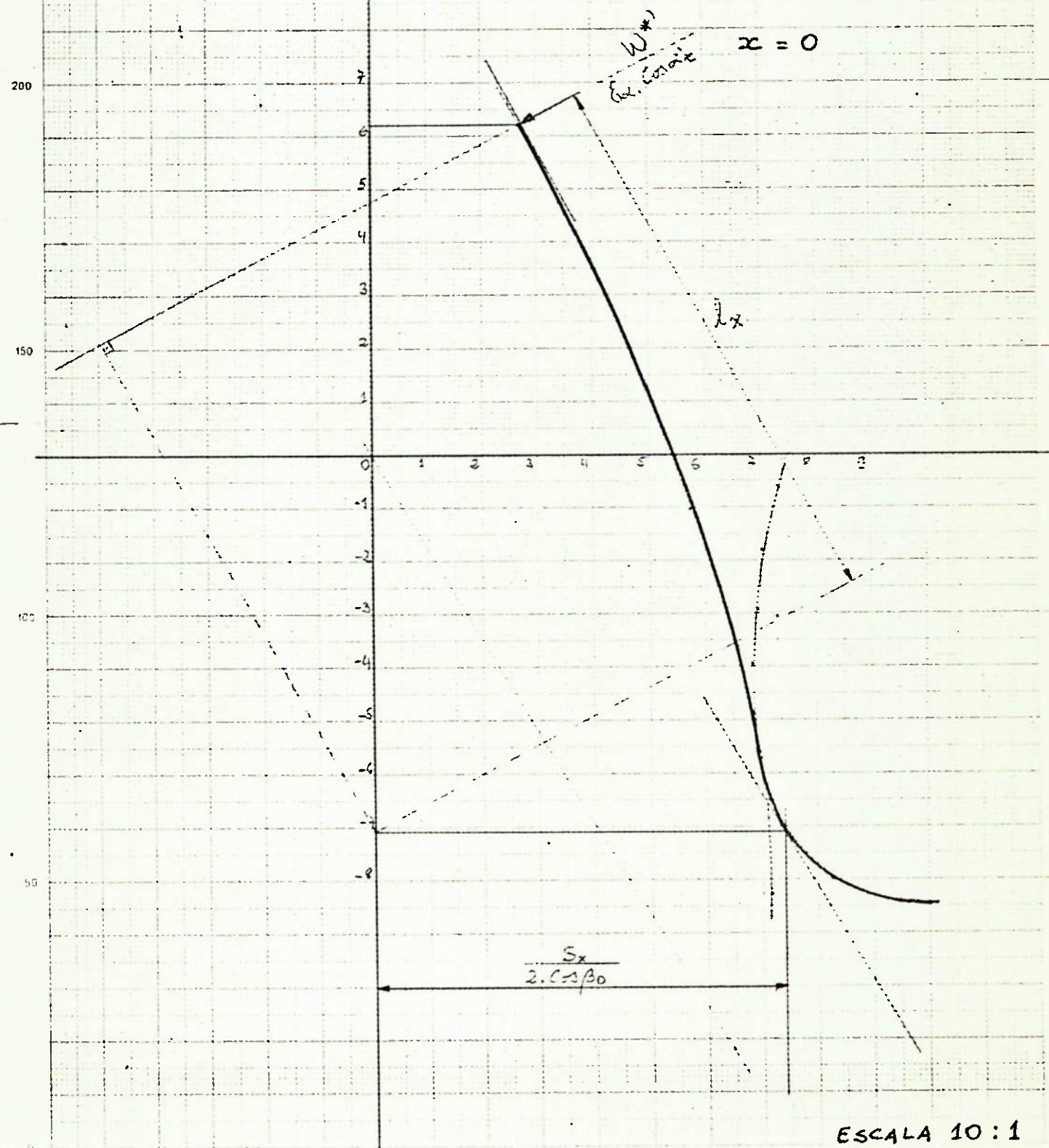
7.0997 ***
-1.8254 ***
14.1795 ***

7.3371 ***
-0.6103 ***
14.6743 ***

Listagem 10

GRÁFICO 6

(ENGRENAGEM 2)

$$m_m = 6,25$$
$$m_m = 6,25$$
$$\alpha_0 = 20^\circ$$
$$\beta_0 = 28^\circ$$
$$Z = 30$$
$$x = 0$$


Encl. 2000

 $\dot{L}_x$
$$\frac{S_x}{2.0 \Delta \beta_0}$$

ESCALA 10:1

Portanto, para a condição de máxima força tangencial possível ($F_T = 4.230 \text{ kgf.}$)

temos:

$$\sigma_f = \frac{1.857,3}{b} \text{ (kgf/mm}^2\text{)}$$

Para vida infinita, temos :

$$\sigma_{f_{lim}} = 42 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$$

$$\therefore b \geq \frac{1.857,3}{42} = 44,2 \text{ mm}$$

$$\therefore b > 44,2 \text{ mm}$$

Para a carga cúbica média ($F_T = 3.446 \text{ kgf}$), temos:

$$\sigma_f = \frac{1.513,1}{b}$$

$$\therefore b \geq \frac{1.513,1}{42} = 36,0 \text{ mm}$$

$$\therefore b > 36 \text{ mm (para vida infinita)}$$

II. Cálculo de Tensão Superficial de Hertz (Pitting)

$$\sigma_H = 60,62 \sqrt{\frac{2 \cdot F_T \cdot a' \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_M \cdot K_L}{b \cdot r_1' \cdot r_2' \cdot \sin(2 \cdot \alpha_t')}}$$

Para este engrenamento, temos:

$$a' = 188,34 \text{ mm}$$

$$r_1' = \frac{d_1'}{2} = 81,73$$

$$r_2' = \frac{d_2'}{2} = 106,61$$

$$\alpha_t' = 22^{\circ}57'20''$$

Usando os mesmos valores de $K_A \cdot K_V \cdot K_M \cdot K_L$ anteriormente adotados, temos:

$$K_A \cdot K_V \cdot K_M \cdot K_L = 1,5$$

adotando a largura $b = 45 \text{ mm}$ (largura para as engrenagens tenham vida infinita, quanto à fadiga - tensão de flexão), verificaremos a resistência quanto ao pitting.

daí, quando sujeita à máxima força tangencial possível:

$$\sigma_{H_M} = 174,80 \text{ kgf/mm}^2$$

Quando sujeita a força tangencial cúbica média:

$$\sigma_{H_{c.c}} = 157,80 \text{ kgf/mm}^2$$

Os valores são praticamente os mesmos encontrados na análise do par anterior.

Portanto, se tomarmos $b = 55 \text{ mm}$, a coroa terá uma vida de ≈ 50 horas na condição mais solicitada (como mostrado na análise do par anterior) e para carga cúbica média, terá vida infinita.

Vemos daí que a normalização do par não causou nenhuma alteração quanto à resistência deste.

3 - ENSAIOS DE MEDIDAS GEOMÉTRICAS

Foi utilizada no ensaio a engrenagem de $Z = 30$ dentes, $m = 6,293$ $\alpha = 20^\circ$ e $\beta = 27^\circ 41' 39''$.

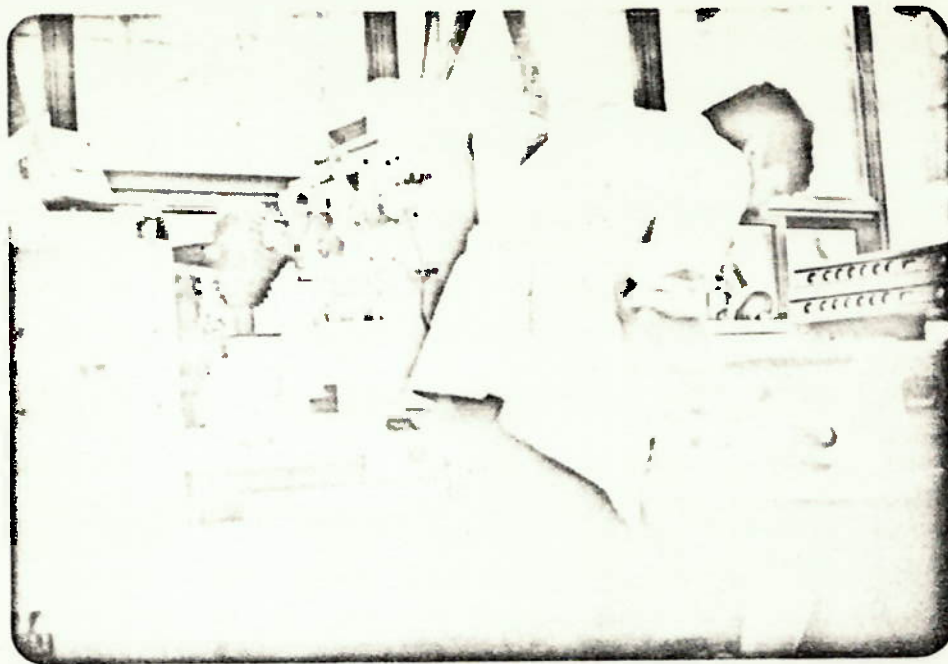
A primeira máquina usada era capaz de medir a evolvente e a hélice. Essa máquina, SU 300 EE, tem como princípio de funcionamento, na geração da evolvente, a própria definição da mesma, ou seja, a curva descrita por um ponto sobre uma reta que rola, sem escorregar, sobre um círculo de base. Isto é conseguido devido ao sincronismo de um movimento vertical, executado pela torre e o movimento de rotação do mandril no qual está fixada a engrenagem (ver fotografia 1). O sincronismo é obtido pela regulação da régua de seno, através de um parâmetro (α_1) que é função do diâmetro de base (d_b). Para essa máquina vale:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{200,308461}{d_b}$$

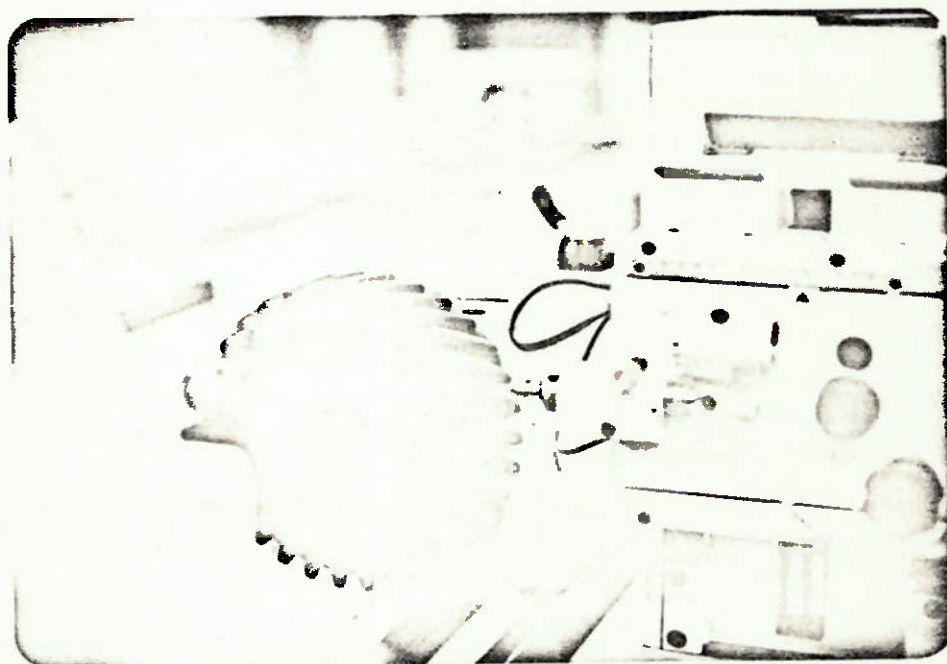
Na verificação da hélice, o sincronismo se dá entre o movimento horizontal da mesa e o giro do ponto móvel que transfere o movimento ao eixo do mandril. Assim se gera a hélice teórica que faz a comparação, através de um apalpador. Aqui a regulação da régua de seno, é feita pela determinação de um segundo parâmetro (α_2), função do passo de hélice (p_β).

Para essa máquina vale:

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{1257,307638}{p_\beta} \quad \text{onde} \quad p_\beta = \frac{\pi \times d_1}{\operatorname{tg} \beta}$$



Fotografia 1 : Vista da máquina SU-300 EE.



Close da montagem da engrenagem na máquina SU-300 EE.

Numa segunda máquina, a SU 500-DA, foi possível determinar o erro de divisão, ou seja, o erro de posicionamento angular de cada flanco medido separadamente. Nela, o controle de divisão é automático e, através do movimento de aproximação radial constante do apalpador, registra os erros de divisão nos flancos direito e esquerdo.

O erro de excentricidade de corte foi feito através de apalpador de esfera.

A medida W foi feita utilizando-se de um micrômetro de prato para 5 dentes (W_5).

Procedimento Prático:

Sendo $d_b = 197,205$ mm, como calculado anteriormente, determinamos α_1

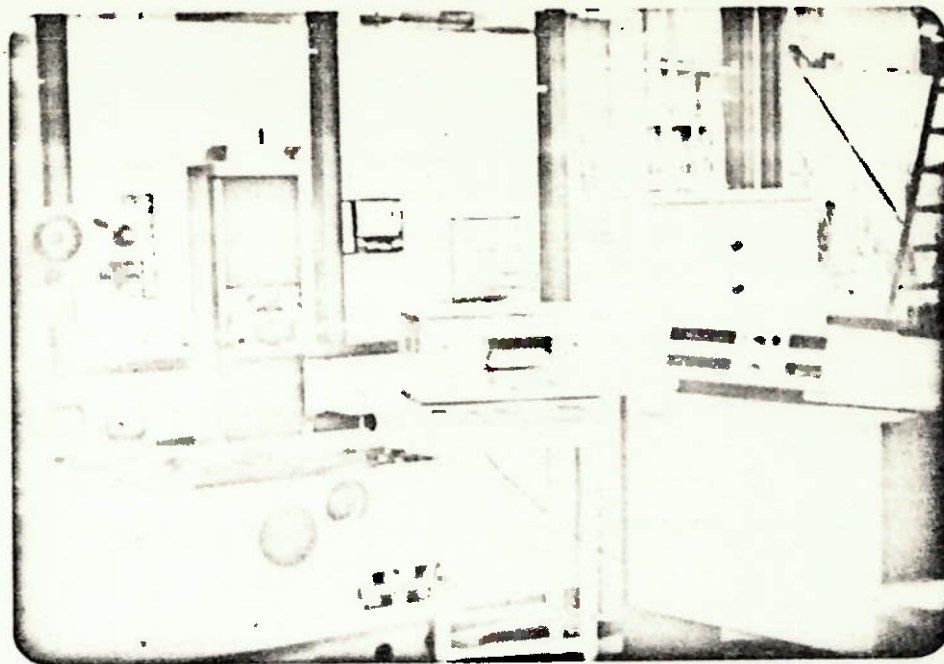
$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{200,308461}{197,205}$$

$$\alpha_1 = 45,447$$

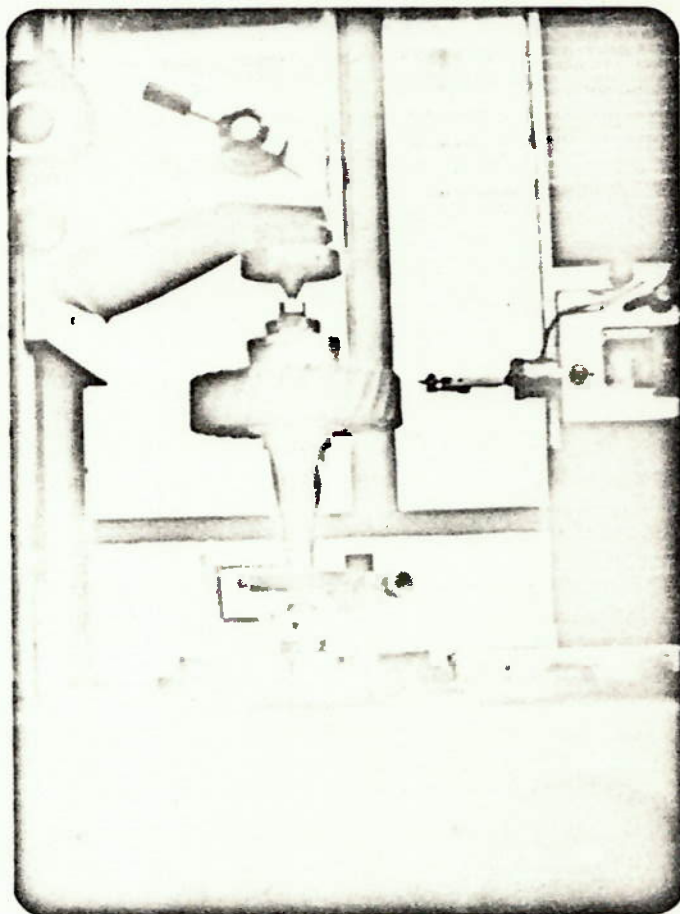
Regulando a régua (de seno) para esse valor, efetuamos o teste de verificação do perfil da evolvente, obtendo o gráfico I.

O gráfico I contém o resultado do erro do perfil de evolvente de dentes a 180° , de flancos de mesmo lado (direito e esquerdo).

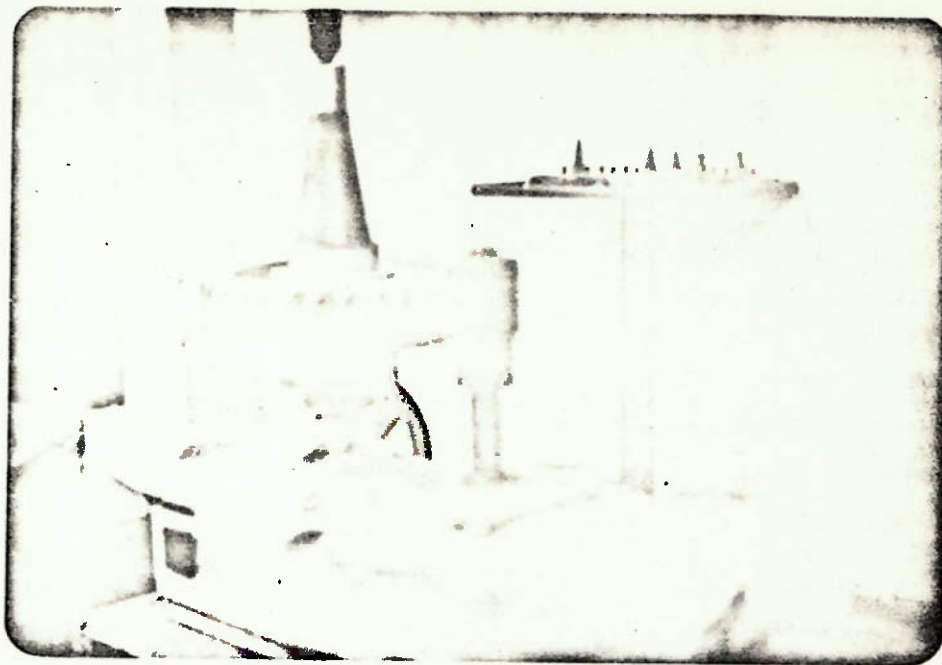
Denominamos Flanco I os flancos direitos ($\hat{a} 180^\circ$) e Flanco II os esquerdos.



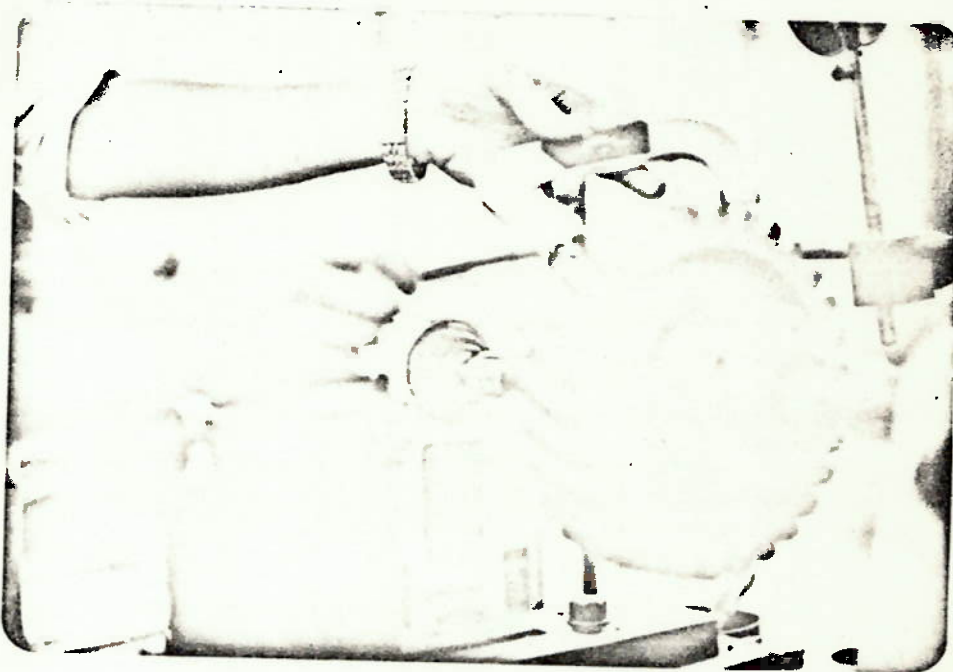
Vista da máquina SU 500-DA .



Close da montagem de engrenagem na máquina SU 500-DA .



Apalpador de esferas para determinação do erro de excentricidade de corte .



Micrometro de prato para medida W .

Para verificação da hélice foi determinado o parâmetro

α_2

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{1257,307638}{p}$$

$$p_\beta = \frac{\pi \times 213,215}{\operatorname{tg} (27^\circ 41' 39'')} = 1276,1628$$

$$\alpha_2 = 44,574$$

Colocando a régua de seno nesse valor, efetuou-se o ensaio obtendo o gráfico II. Deste gráfico concluímos que há um alto "embaralhamento" da hélice medida nas faces a 180° , tanto no Flanco I (direitos) como no Flanco II (esquerdos), uma vez que as curvas obtidas convergem ao invés de paralelas como seriam desejadas.

Esse "embaralhamento" pode ser o resultado de um erro de posicionamento da engrenagem na usinagem, promovendo um fresamento incorreto, ou do uso de um mandril não apropriado no ensaio, que geraria uma excentricidade na montagem da engrenagem.

Feita a verificação da excentricidade de montagem, constatou-se uma diferença menor que $3 \mu\text{m}$, podendo daí, atribuir o embaralhamento a erros de usinagem.

No ensaio de erro de divisão, a entrada da máquina é o angular dado por:

$$\gamma = \frac{360^\circ}{Z}$$

sendo $Z = 30$ e $\gamma = 12^\circ$.

Do ensaio, com o procedimento descrito anteriormente, foi obtido o gráfico III. A análise do gráfico permite verificar que existe profundidades diferentes de contato do apalpador, em

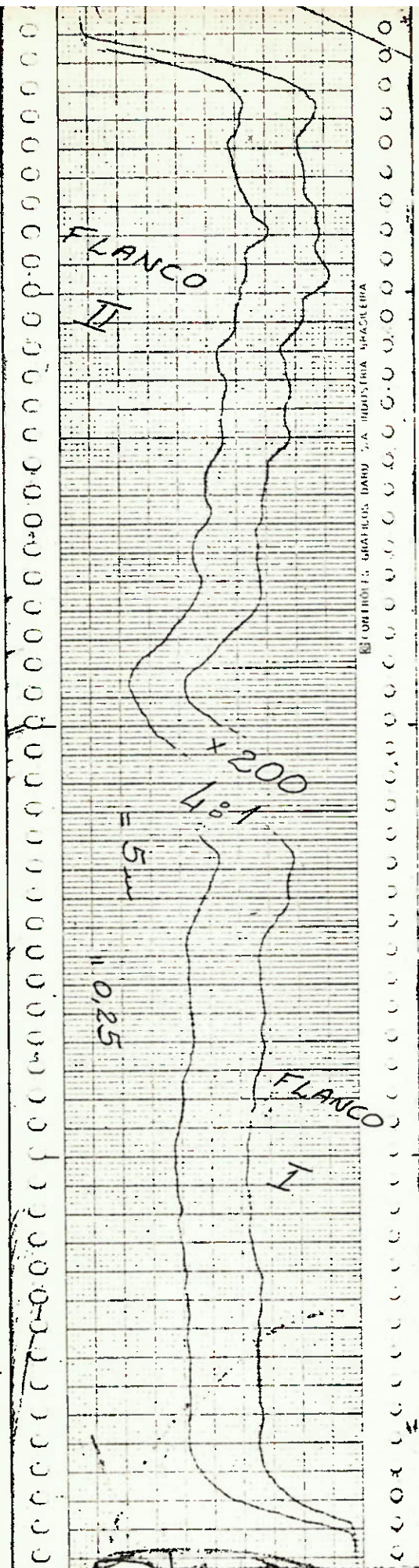


Gráfico I

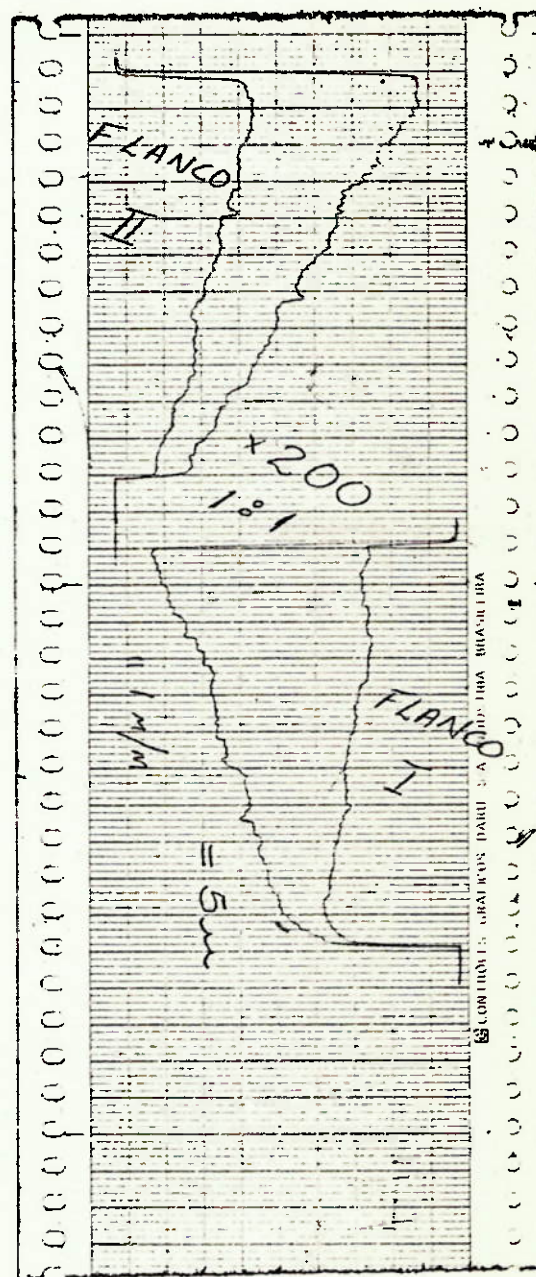


Gráfico II

dentes sucessivos. Os gráficos registram os erros de posicionamento angular primeiro nos flancos I (direitos) e depois nos flancos II (esquerdos).

O aspecto de senóide se explica pela ovalização da engrenagem devido a um erro de posicionamento de seu centro (excentricidade). Seria desejável que os extremos dos segmentos de cada gráfico estivesse sem alinhados.

Na medida da excentricidade de corte, através do uso de um apalpador de esferas, constatou-se um erro de 32 μ m.

Na determinação da medida W registrou-se um valor máximo de 86,43 mm e um valor mínimo de 86,41 mm.

Dada a utilização da engrenagem, os ensaios revelaram resultados compatíveis com a precisão esperada, a menos do ângulo de hélice.

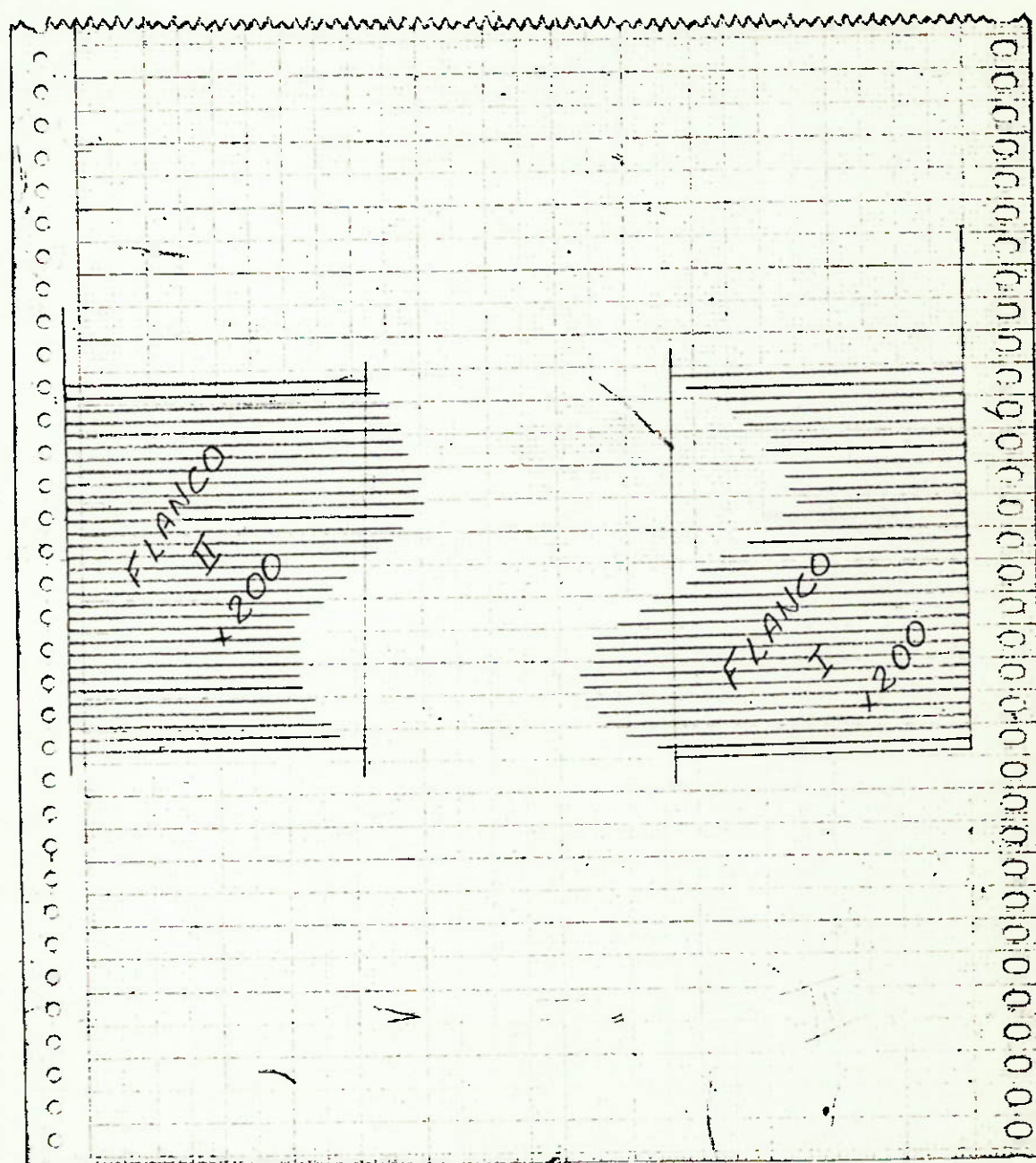


Gráfico III

4. APÊNDICE

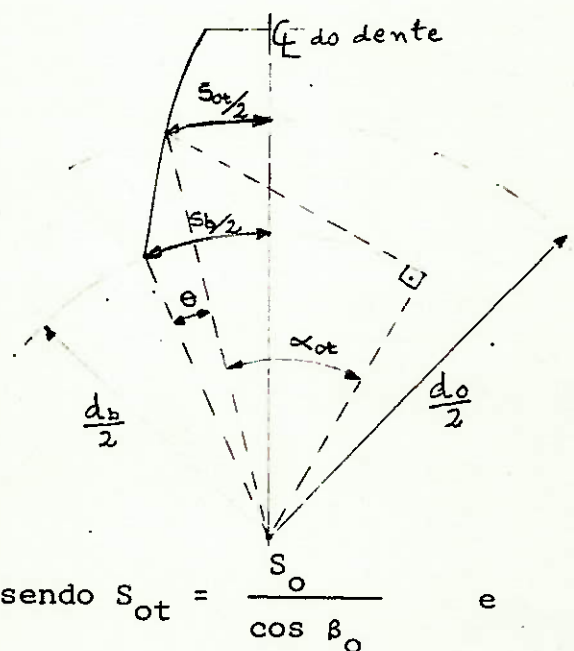
1. Geração do Perfil de Evolvente:

Equação da evolvente (E):

$$E = \frac{S_b}{d_b} = \frac{S_{ot}}{d_o} + \text{inv } \alpha_{ot} = \frac{S_i}{d_i} + \text{inv } \alpha_{it}$$

onde:

- índice o está relacionado com o diâmetro primitivo
- índice b está relacionado com o diâmetro de base
- índice i está relacionado com um diâmetro genérico
- índice t significa secção transversal



A figura ao lado é um corte transversal de um dente, mostrando as grandezas acima descritas, onde

$$\text{inv } \alpha_{ot} = \theta \quad (\text{ou seja,})$$

$$\text{inv } \alpha_{ot} = \text{tg } \alpha_{ot} - \alpha_{ot}$$

sendo $S_{ot} = \frac{S_o}{\cos \beta_o}$ e

$$S_o = S_o^* + 2 (\pm x) m_n \cdot \text{tg } \alpha + \Delta S_o$$

sendo:- S_o^* o padrão (da ferramenta)

- $2(\pm \chi) \cdot m_n \cdot \operatorname{tg} \alpha_o$ parcela que leva em consideração a correção do dente

- ΔS_o o campo de tolerância. Dividindo S_o por $\cos \beta_o$, temos:

$$S_{ot} = \frac{\pi \cdot m_n}{2 \cdot \cos \beta_o} + 2 (\pm \chi) \frac{m_n}{\cos \beta_o} \cdot \operatorname{tg} \alpha_o + \frac{\Delta S_o}{\cos \beta_o}$$

sendo: $do = \frac{Z \cdot m_n}{\cos \beta_o}$, vem:

$$\frac{S_{ot}}{do} = \frac{\pi \cdot m_n}{2 \cdot \cos \beta_o} \cdot \frac{\cos \beta_o}{Z \cdot m_n} + 2 (\pm \chi) \cdot \frac{m_n}{\cos \beta_o} \cdot \operatorname{tg} \alpha_o \cdot$$

$$\cdot \frac{\cos \beta_o}{Z \cdot m_n} + \frac{\Delta S_o}{\cos \beta_o} \cdot \frac{\cos \beta_o}{Z \cdot m_n} = \frac{\pi}{2Z} + \frac{2 (\pm \chi) \operatorname{tg} \alpha_o}{Z} +$$

$$+ \frac{\Delta S_o}{Z \cdot m_n} = \frac{1}{Z} \left[\frac{\pi}{2} + 2 (\pm \chi) \operatorname{tg} \alpha_o \right] + \frac{\Delta S_o}{Z \cdot m_n}$$

Portanto:

$$E = \frac{1}{Z} \left[\frac{\pi}{2} + 2 (\pm \chi) \operatorname{tg} \alpha_o \right] + \operatorname{inv} \alpha_{ot} + \frac{\Delta S_o}{Z \cdot m_n} =$$

$$= E_o + \frac{\Delta S_o}{Z \cdot m_n}$$

mas:

$$E = \frac{S_i}{d_i} + \text{inv } \alpha_i \quad \therefore S_i = (E - \text{inv } \alpha_i) \cdot d_i$$

sendo

$$d_b = d_o \cdot \cos \alpha_{ot} = d_1 \cdot \cos \alpha_i \quad \text{vem:}$$

$$\cos \alpha_i = \frac{d_b}{d_i} \quad \therefore \alpha_i = \cos^{-1} \left[\frac{d_b}{d_i} \right]$$

Determinação de d_i :

Seja n o número de intervalos escolhido entre a base e a quina do dente, para a locação dos pontos que nos permitirão traçar o perfil da evolvente. Cada ponto corresponderá a um diâmetro d_i ($d_b \leq d_i \leq d_a$).

A distância entre dois pontos consecutivos corresponderá a um Δd , dado por:

$$\Delta d = \frac{d_a - d_b}{n}$$

assim: $d_1 = d_b$

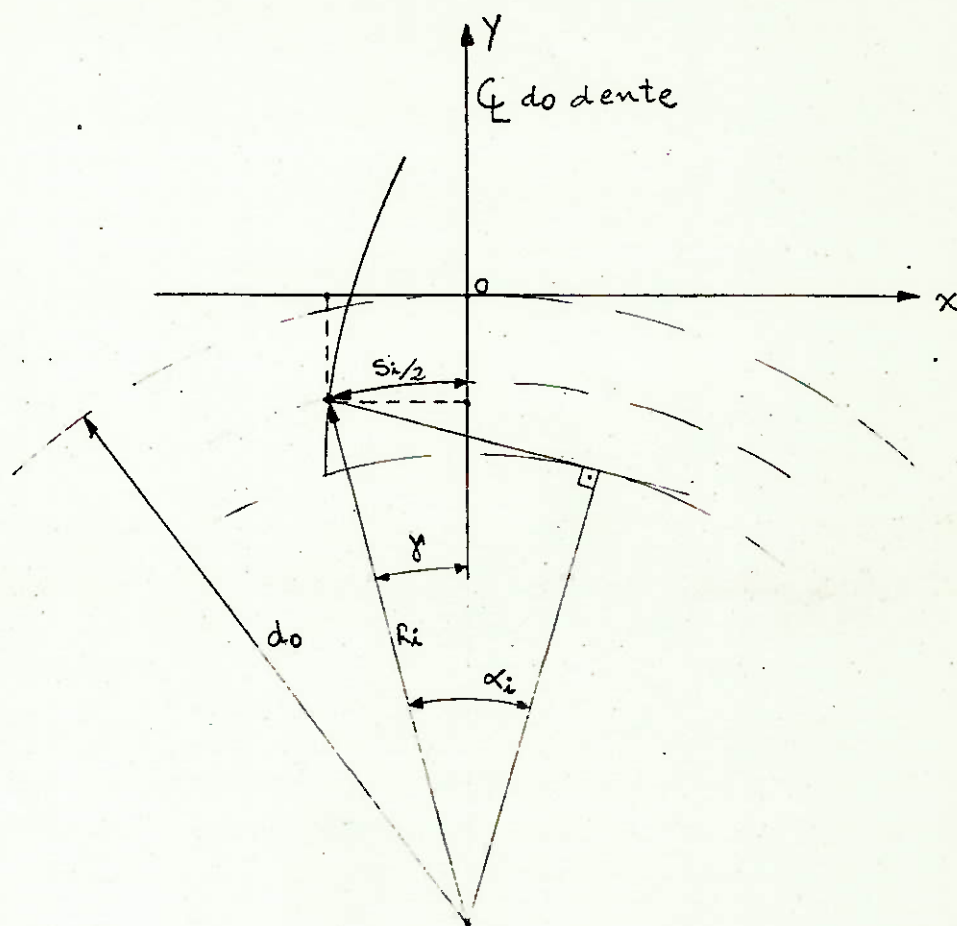
$$d_2 = d_b + \Delta d$$

$$\vdots$$

$$d_i = d_{i-1} + \Delta d$$

$$\vdots$$

$$d_{n+1} = d_n + \Delta d = d_a$$



A figura acima nos mostra um sistema de coordenadas X,Y num corte do dente. A origem do sistema adotado (ponto 0) está no encontro da linha de centro do dente (reta Y) com a reta perpendicular a esta, passando pelo diâmetro primitivo da engrenagem (reta X). Nesta figura mostramos um ângulo γ para um diâmetro genérico da engrenagem.

Podemos escrever:

$$\hat{\gamma} = \frac{S_i/2}{R_i} = \frac{S_i}{d_i} \text{ (em radianos)}$$

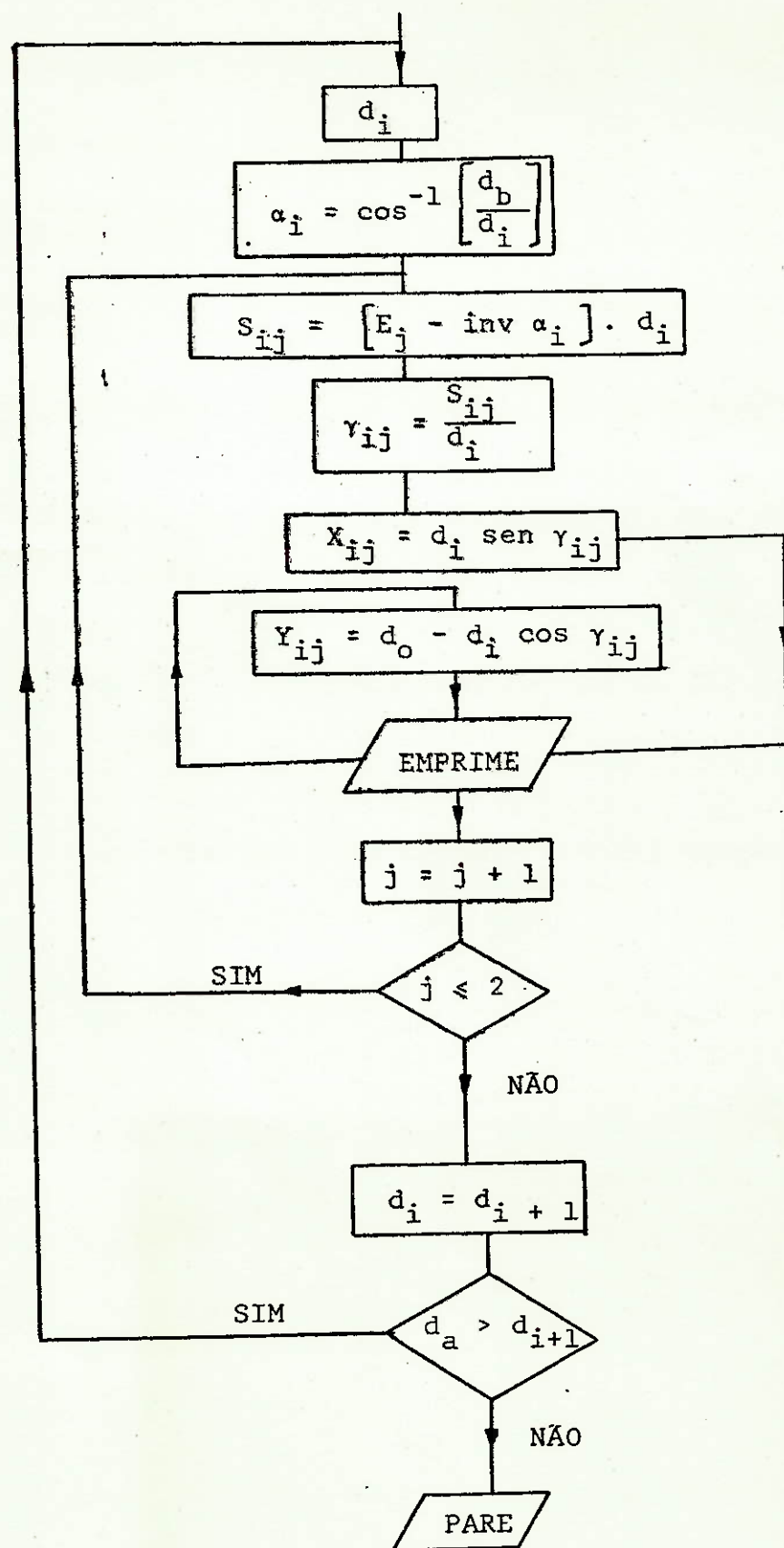
Daí, podemos tirar as coordenadas X_i e Y_i para uma diâme

tro genérico d_i da engrenagem:

$$X_i = R_i \cdot \sin \gamma = \frac{1}{2} (d_i \sin \gamma)$$

$$Y_i = R_i \cdot \cos \gamma - R_o = \frac{1}{2} (d_i \cos \gamma - d_o)$$

Daí, podemos escrever o seguinte programa para obtermos os valores de X e Y, máximos e mínimos, considerando-se as tolerâncias ΔS_o e o campo de tolerâncias, dados pela norma DIN 3963 (figura 11).



BIBLIOGRAFIA

1. Oliveira, Nelson Campos Gil - Engrenagens - DLP - São Paulo.
2. Stipkovic Fº, Marco - Engrenagens - McGraw Hill, São Paulo ,
1973.
3. Dobrovolsky, Victor - Elementos de Máquinas - MIR - Moscou
1970.
4. Maag Gear Book - Maag Gear - Wheel Company Co - Zürich -
Switzerland
5. AGMA 221-02/65 USA
6. AGMA 215-01/66 USA
7. AGMA 225-02/66 USA